Tension alternative sinusoïdale

1 – Présentation

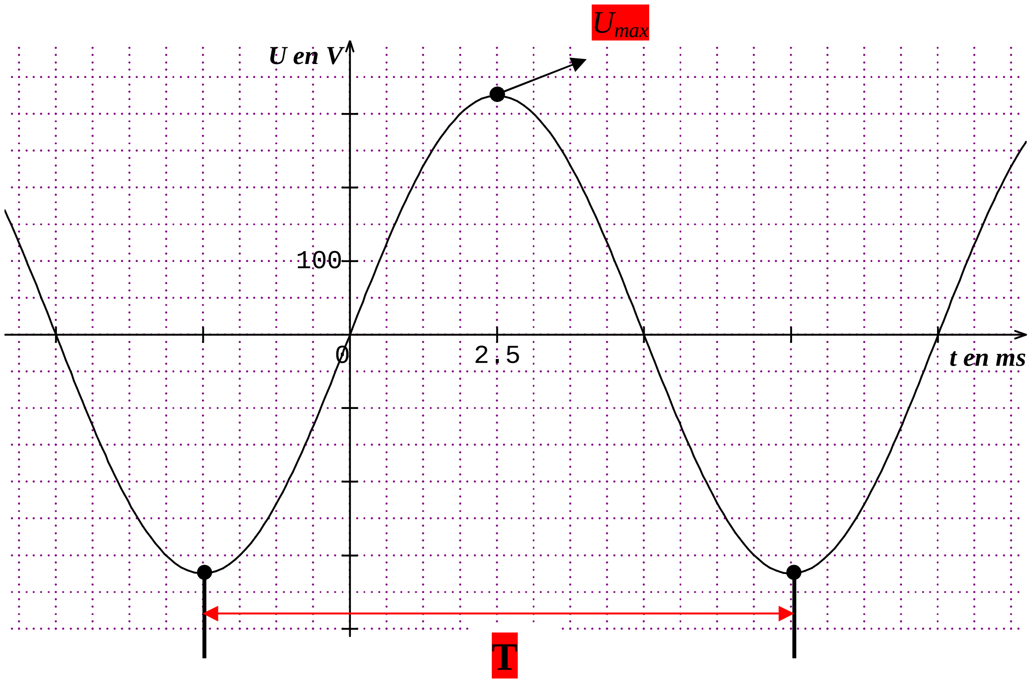
① Pourquoi ?

La tension d'un générateur est alternative et non continue pour des raisons pratiques : premièrement il est plus facile et plus économique de transporter la tension sous forme alternative et deuxièmement elle est produite par des machines tournantes, les alternateurs qui fabriquent cette tension dans des bobines situées sur des "cercles", d'où l'aspect sinusoïdal de cette tension. EDF délivre donc une tension de ce type à ses usagers.

② Caractéristiques

Ce chapitre traite de la tension mais il aurait tout aussi bien pu traiter du courant car les résultats sont complètement transposables.

- L'oscillogramme ci-dessous représente la tension sinusoïdale ***u*** en fonction du temps ***t***. Il s'agit donc du tracé de $u = f(t)$



- Sur ce tracé, on peut directement lire deux informations importantes
  - **La tension maximale U_{max}.**
  - **La période T qui est le temps nécessaire au bout duquel la tension se reproduit à l'identique. Son unité est la seconde s mais on l'exprime souvent en milliseconde ms.**

- A partir de ces deux grandeurs on définit deux autres grandeurs très utilisées.

  - **La tension efficace U (ou U_{eff}) qui est celle que donne un voltmètre en position AC ou ~ et est définie par**

    $$U = \frac{Umax}{\sqrt{2}} \qquad \textbf{U et } \mathbf{U_{max}} \textbf{ données en Volt (V)}$$

  - **La fréquence f en HERTZ (Hz) donnée par**

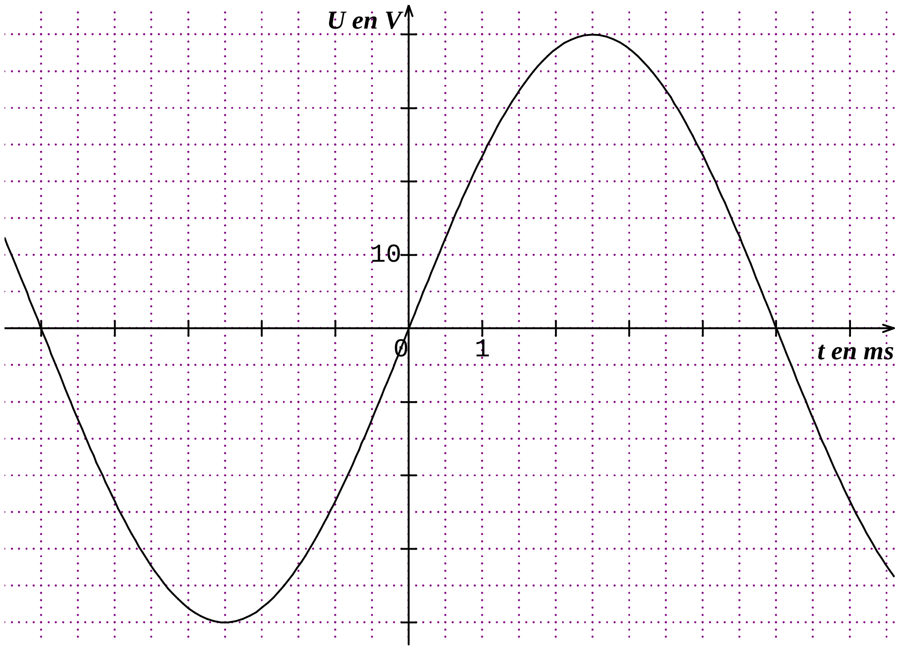
    $$f = \frac{1}{T} \qquad \textbf{si T est en s}$$

  - *Exemple : EDF fournit à un particulier une tension de U = 230 V et f = 50 Hz.*

    Calculer la valeur de $\overset{0}{U}$ *et la valeur de T.*

③ Exercice

A partir de l'oscillogramme ci-, déterminer les valeurs les valeurs de U_{max} , T puis calculer les valeurs de U et f. *Conseil : bien lire les unités de deux axes.*



U_{max}= ……… V T = …………… ms

U =

f =

2 – Aspect mathématique

① *Expression algébrique*

Toute tension sinusoïdale (donc alternative !) peut s'écrire sous la forme d'une fonction du temps par :

$$u(t) = U_{max} \times \sin(\,\omega . t + \varphi\,)$$

Valeur maximale

ω (oméga) est la PULSATION de la tension et :

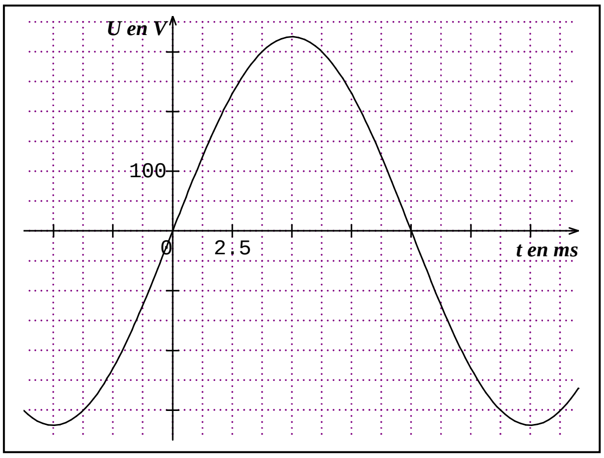
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Son unité est le radian par seconde noté rad/s

φ est LA PHASE A L'ORIGINE. Nous reviendrons sur cette notion plus loin. Pour des raisons de simplification φ est souvent égale à 0

② *Exemple*

Nous allons déterminer l'équation de la tension ci-dessous qui est celle fournie par EDF.



U_{max}= ………V

T = ………ms ⇨ f = …………..Hz

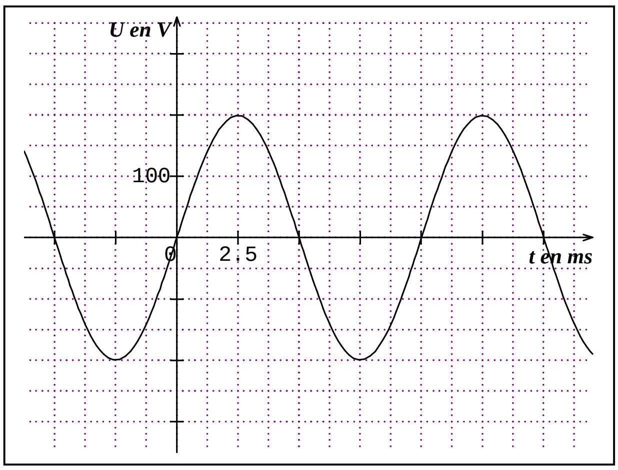
D'où $\omega = 2\pi f = 6{,}28f \approx$ ……….. rad/s

Et finalement si φ = 0 :

u(t)= ……. sin (……. t)

③ *Exercice*

De la même façon, déterminer l'équation de la tension ci-dessous.



U_{max}= ………V

T = ………ms ⇨ f = …………..Hz

D'où $\omega = 2\pi f = 6{,}28f \approx$ ……….. rad/s

Et finalement si φ = 0 :

u(t)= ……. sin (……. t)

3 – Vecteur de Fresnel

① Utilité

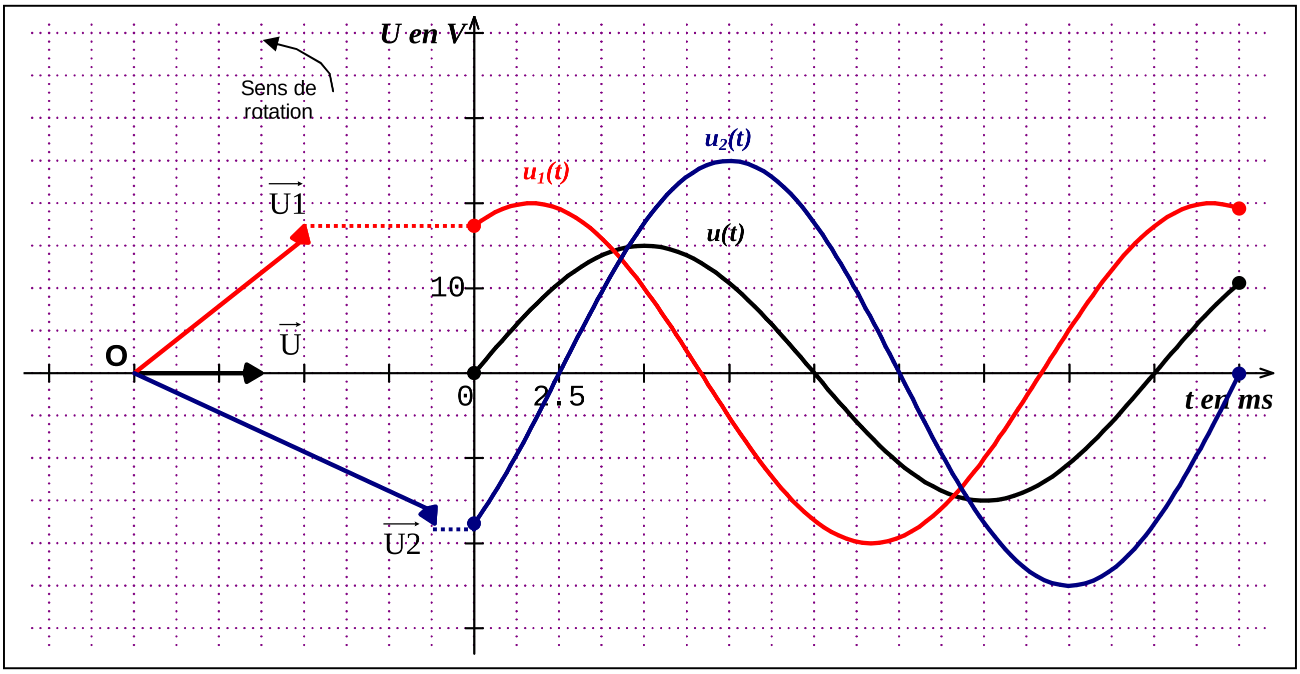
Les équations de tensions ci-dessus sont difficiles à manipuler et faire la somme de deux tensions dans ces conditions est réservée à de petits mathématiciens confirmés. Pour cela on préfère souvent manipuler les VECTEURS DE FRESNEL associés à chaque tension sinusoïdale.

② Comment associer une tension sinusoïdale à un vecteur de Fresnel ?

A toute tension u(t) on associe le vecteur $\vec{U}$ tel que :

- La norme $\|\vec{U}\|$ du vecteur $\vec{U}$ est égale à U_{max} . Pas d'affolement, cette norme n'est que la longueur de la "flèche" qui représente le vecteur $\vec{U}$.
- Le vecteur tourne autour de son origine et il fait **f** tours par seconde. L'angle entre l'axe des abscisses et le vecteur est **ω.t**.
- Pour des raisons de commodité, l'origine du vecteur $\vec{U}$ est située sur l'axe des abscisses.
- A l'instant t = 0 le vecteur fait un angle **φ** avec l'axe des abscisses

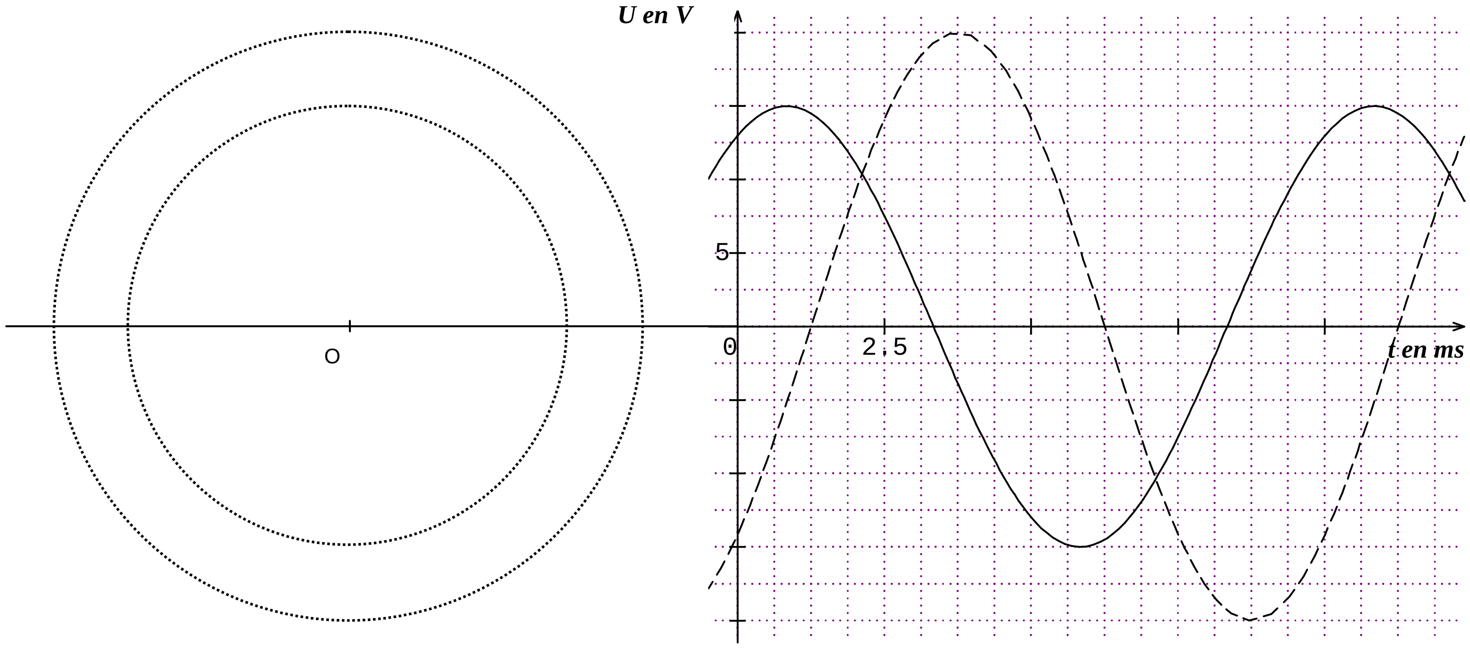
Exemple :



- Le vecteur $\vec{U1}$ a une phase à l'origine égale à $\frac{\pi}{3}$
- Le vecteur $\vec{U2}$ a une phase à l'origine égale à $-\frac{\pi}{4}$
- Les deux sinusoïdes sont donc décalées dans le temps.
  On appelle ceci le **déphasage φ** et il est donné par :
  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

③ *Exercice*

- Déterminer les deux vecteurs de Fresnel des deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.



- Pour ces deux tensions, compléter le tableau suivant

	U_{max} (V)	T (ms)	f (Hz)	ω (rad/s)	φ (rad)
$u_1(t)$					
$u_2(t)$					

- Déterminer le déphasage φ entre les deux tensions

- Donner les équations des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

4 – Somme de deux tensions.

① Quel le problème ?

Faire par exemple la somme algébrique $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ si

$$u_1(t) = 15\sin(628t + \frac{\pi}{3}) \text{ et}$$

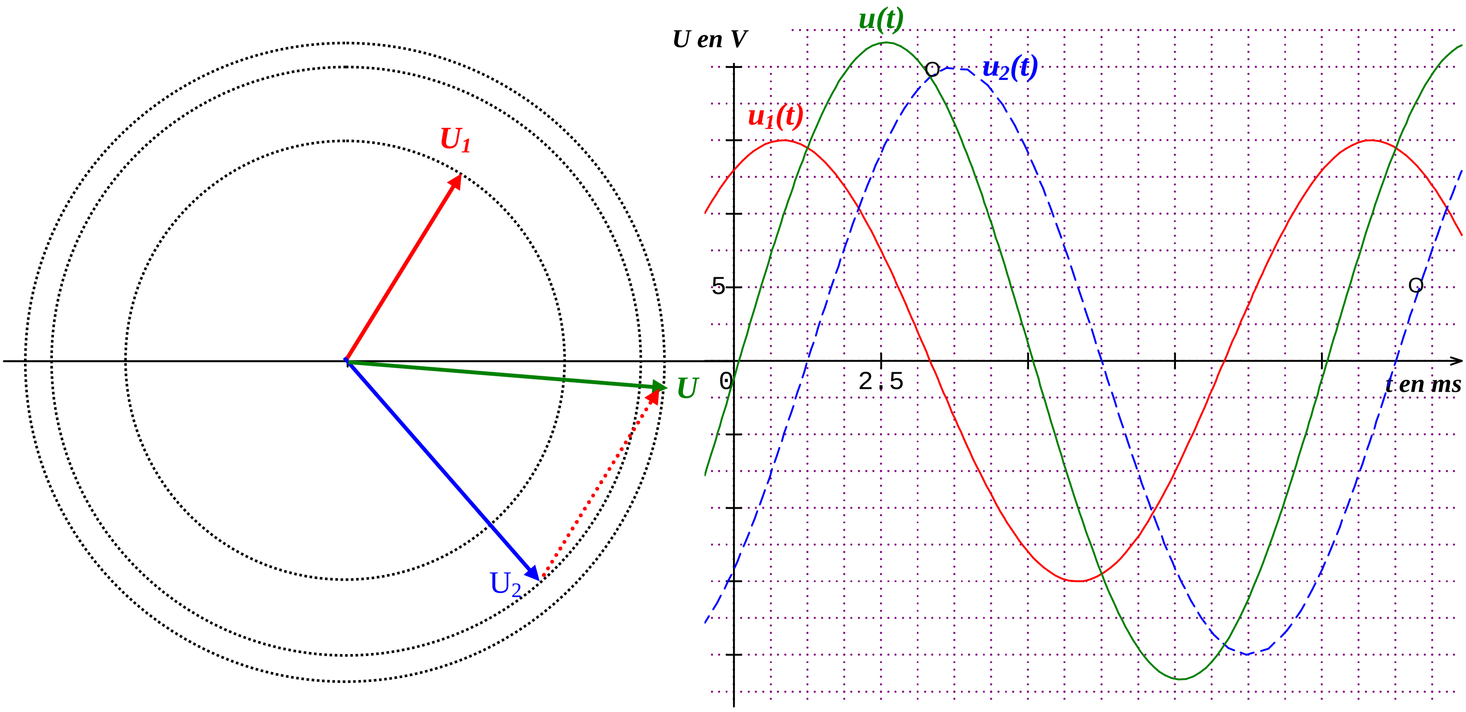
$$u_2(t) = 20\sin(628t - \frac{\pi}{4})$$

est assez délicat alors que l'utilisation géométrique des vecteurs de Fresnel est beaucoup plus facile. En effet, si

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad \textbf{alors} \quad \vec{U} = \overrightarrow{U1} + \overrightarrow{U2}$$

② Exemple :

Pour les deux tensions ci-dessus



On détermine facilement le vecteur $\vec{U}$. Si le tracé de la sinusoïde *u(t)* est alors possible, elle n'est pas forcément utile.

③ *Exercice*

Déterminer le vecteur $\overrightarrow{U}$ somme des deux vecteurs $\overrightarrow{U1}$ et $\overrightarrow{U2}$ représentatif des deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ ci-dessous . Déterminer ensuite l'équation de $u(t)$.