Contrôle **Durée : 50 mn**

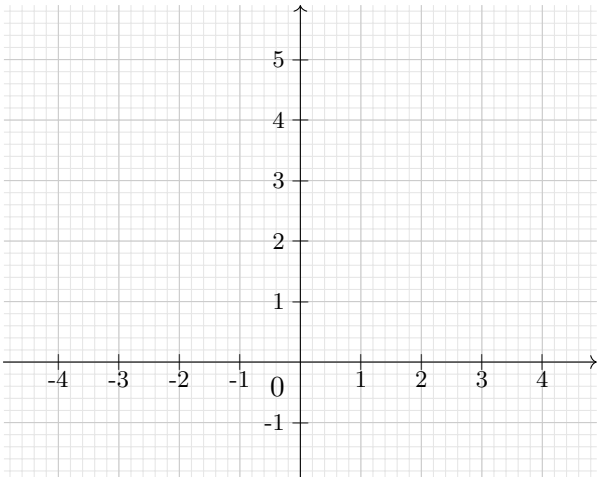
Second degré

Calculatrice autorisée.

Exercice 1 ..... 6 points

Dans cet exercice, les notations habituelles a, b, c, α, β et Δ sont utilisées.

1. Sur le graphique ci-dessous, tracer la courbe représentative d'une fonction polynomiale de degré 2 vérifiant simultanément les conditions suivantes : $\Delta > 0$, $a < 0$ **et** $\beta = 4$.



2. Déterminer l'expression développée de la fonction polynômiale g du second degré, définie sur $\mathbb{R}$, vérifiant :
   - cette fonction polynomiale admet deux racines réelles distinctes ;
   - le produit de ses racines vaut 5 ;
   - la somme de ses racines vaut 6 ;
   - son coefficient dominant a est -2.
3. Soit f une fonction polynômiale de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$, dont la courbe représentative coupe l'axe des abscisses aux points $A(-1\,;0)$ et $B(3\,;0)$ et passe par le point $C(0;-6)$.
   a. Déterminer la forme factorisée de f sur $\mathbb{R}$.
   b. En déduire la forme développée de l'expression de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 ..... 6 points

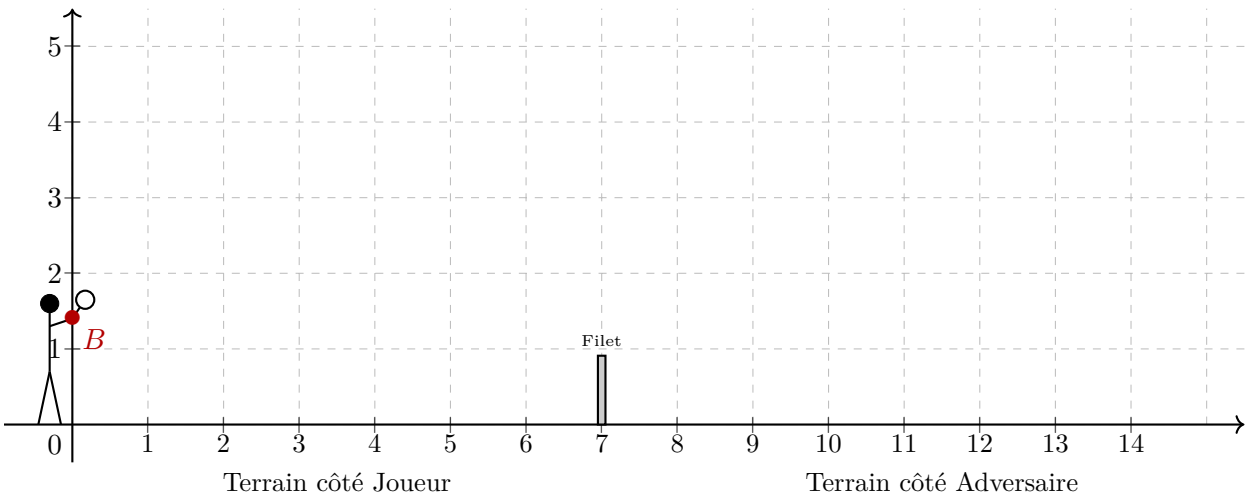
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :
$$-3x^2 + 2x + 4 \geqslant -4$$
2. Soit f la fonction polynomiale du second degré dont une expression est, pour tout $x \in \mathbb{R}$:
$$f(x) = 2x^2 + b\,x + 2 \quad \text{avec } b \in \mathbb{R}$$
Déterminer toutes les valeurs de b pour lesquelles l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions réelles distinctes.

Exercice 3 ..... 8 points

Lors d'un match de tennis, un joueur tente de surprendre son adversaire monté au filet en effectuant un « lob » (un coup frappé en cloche pour faire passer la balle au-dessus de son adversaire).
On considère, pour notre modélisation, que :

- Le joueur lâche et frappe la balle lorsqu'elle est au-dessus de sa ligne de fond de court, soit au point B d'abscisse 0 dans notre repère ;
- La ligne de fond de court adverse est située à exactement 14 mètres du joueur ;
- Un filet d'une hauteur de 0,9 mètre est installé au milieu du terrain à $x = 7$ mètres ;
- La trajectoire du centre de la balle est modélisée par la fonction h définie pour tout réel positif $x \in [0; 14]$ par :
$$h(x) = -0,05x^2 + 0,6x + 1,4$$
où x représente la distance horizontale au sol depuis le joueur (en mètres), et $h(x)$ représente la hauteur du centre de la balle (en mètres).

1. Calculer l'ordonnée du point B, et en déduire la hauteur à laquelle la balle est frappée par le joueur.
2. a. En justifiant votre démarche, dresser le tableau de variations de la fonction h sur l'intervalle $[0\,;14]$.
   b. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle lors de ce lancer ? À quelle distance au sol du joueur est-elle atteinte ?
3. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $h(x) = 0$.
   b. Sachant que le coup est considéré comme « bon » s'il retombe sur ou avant la ligne de fond adverse (à 14 mètres), le joueur va-t-il réussir son coup sans que la balle ne sorte des limites du terrain ? (On considère dans cette question que l'adversaire n'intercepte pas la balle)
4. Tracer, sur le graphique ci-dessous, en faisant apparaitre les informations déjà trouvées, la trajectoire de la balle jusqu'à ce qu'elle touche le sol.



5. Dans cette question, l'adversaire monté au filet va tenter d'intercepter la balle au vol.
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :
   $$-0,05x^2 + 0,6x + 1,4 = 2,4$$
   b. On considère, pour la modélisation, que l'adversaire est fixe à une distance au sol de 10 mètres du joueur, qu'il saute en tendant les bras et sa raquette vers le haut, et qu'il peut ainsi intercepter toute balle située à une hauteur inférieure ou égale à $2,5$ mètres.
   Déduire de la question précédente si le lob va être contré ou si la balle va réussir à passer au-dessus de l'adversaire.