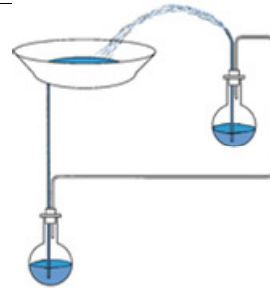


La formule de Héron OU comment calculer la surface d'un triangle ?



Héron d'Alexandrie OU **Héron l'Ancien**

(est un [ingénieur](#), un [mécanicien](#) et un [mathématicien grec](#) du [1er siècle](#) après J.-C.

MATH 4
BOULAHBAL

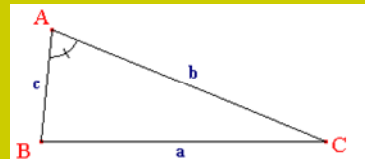
l'aire d'un triangle



la formule de Héron :

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

le demi-périmètre du triangle $p = (a + b + c) / 2$



Exemple : Voici les étapes à suivre pour calculer l'aire du triangle **ABC**.

1. Calculer le demi-périmètre.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{12 + 10 + 8}{2} = 15$$

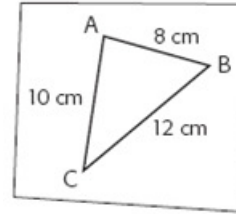
2. Calculer l'aire du triangle à l'aide de la formule de Héron :

$$A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{15(15-12)(15-10)(15-8)}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{1575}$$

$$A_{\Delta} = 39,7 \text{ cm}^2$$



Exercice 1

Détermine l'aire du triangle rectangle **ABC** ci-contre.

Le segment **AH** est la hauteur relative à l'hypoténuse du triangle **ABC**.

Méthode 1

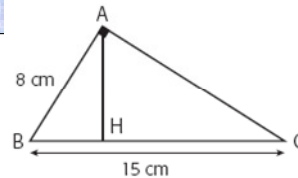
1- On détermine la mesure du segment **BH** :

$$8/15 = BH/8 \quad (\text{triangles semblables})$$

$$8^2 = m \text{ BH} \cdot 15 \quad (\text{produit croisé})$$

$$m \text{ BH} = 64$$

$$15 \text{ cm} = 4,27 \text{ cm}$$



2- On détermine la mesure du segment **AH**

à l'aide de la relation de Pythagore :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(64/15)^2 + b^2 = 8^2$$

$$b \approx 6,77 \text{ cm}$$

La mesure du segment **AH** est d'environ **6,77 cm**.

3- On détermine l'aire du triangle **ABC** :

$$A_{\text{triangle } ABC} = (b \cdot h)/2$$

$$A_{\text{triangle } ABC} = (15 \cdot 6,77)/2$$

$$A_{\text{triangle } ABC} \approx 50,78 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle **ABC** est d'environ **50,78 cm²**.



Méthode 2 (avec la formule d'héron) c'est plus simple !



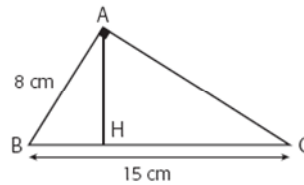
1. On Calcule le demi-périmètre.

On détermine la mesure du segment **AC**
à l'aide de la **relation de Pythagore** :
 $AC^2 = 15^2 - 8^2$ donc $AC = 12,69$

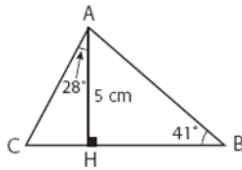
$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{8 + 15 + 12,69}{2} = 17,84$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{17,84(17,84-8)(17,84-15)(17,84-12,69)}$$

$$A = 50,67 \text{ cm}^2$$



EXERCICE 2 : Détermine l'aire du triangle **ABC**.



1- On détermine la mesure du segment **CH** :

$$\tan 28^\circ = m \text{ CH} / 5$$

$$m \text{ CH} = 5 \cdot \tan 28^\circ$$

$$m \text{ CH} \approx 2,66 \text{ cm}$$

2 - On détermine la mesure du segment **BH** :

$$\tan 41^\circ = 5 / m \text{ BH}$$

$$m \text{ BH} = 5 / \tan 41^\circ$$

$$m \text{ BH} \approx 5,75 \text{ cm}$$

3- On détermine l'aire du triangle **ABC** :

$$A_{\text{triangle ABC}} = (b \cdot h) / 2 = (8,41 \cdot 5) / 2 \approx 21,03 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle **ABC** est d'environ **21,03 cm²**.

EXERCICE 3: Détermine l'aire du triangle **ABC**.



1- On détermine la mesure du segment **BD** :
 $\tan 12^\circ = m \text{ BD} / 18$

$$m \text{ BD} = 18 \cdot \tan 12$$

$$m \text{ BD} \approx 3,83 \text{ cm}$$

La mesure de l'angle **ACD** est de **28°**.

2- On détermine la mesure du segment **AD** :

$$\tan 62^\circ = 18 / m \text{ AD}$$

$$m \text{ AD} = 18 / \tan 62^\circ$$

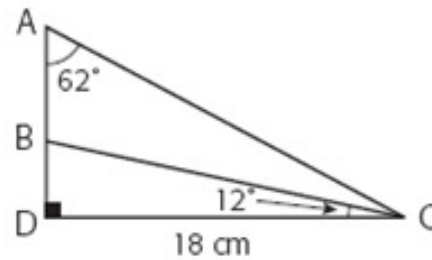
$$m \text{ AD} \approx 9,57 \text{ cm}$$

3-On détermine l'aire du triangle **ABC** :

$$A_{\text{triangle ABC}} = (b \cdot h) / 2$$

$$= (9,57 - 3,83) \cdot 18 / 2$$

$$\approx 51,66 \text{ cm}^2$$



L'aire du triangle **ABC** est d'environ **51,66 cm²**.

EXERCICE 4 : A) Détermine les valeurs de x et de y.



1- On détermine la mesure du segment **BE** :

$$\cos 38^\circ = 4 / m \text{ BE}$$

$$m \text{ BE} = 4 / \cos 38^\circ$$

$$m \text{ BE} \approx 5,08 \text{ m}$$

2- On détermine la mesure du segment **BD** :

$$\sin 22^\circ = m \text{ BD} / 7$$

$$m \text{ BD} = 7 \cdot \sin 22^\circ$$

$$m \text{ BD} \approx 2,62 \text{ m}$$

3- On détermine la mesure du segment **ED** qui correspond à la valeur de x :

$$m \text{ ED} = x = 5,08 - 2,62 \approx 2,46 \text{ m}$$

4- On détermine la mesure du segment **CD** :

$$\cos 22^\circ = m \text{ CD} / 7$$

$$m \text{ CD} = 7 \cdot \cos 22^\circ$$

$$m \text{ CD} \approx 6,49 \text{ m}$$

5- On détermine la mesure de l'angle **DCE** qui correspond à la valeur de y :

$$\tan y \approx 2,46 / 6,49$$

$$y \approx \tan^{-1}(2,46 / 6,49)$$

$$y \approx 20,76^\circ$$

