

Module Théorie des Langages & Compilation
Feuille de TD numéro 3

Exercice 1 :

Considérons la grammaire G définie par les règles : $S \rightarrow A1B$, $A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$,
 $B \rightarrow 0B \mid 1B \mid \varepsilon$.

1. Préciser les éléments de G .
2. Donner une dérivation gauche et une dérivation droite pour le mot 00101.
3. Montrer que le langage engendré par G est $0^*1(0 + 1)^*$.

Exercice 2 :

Montrer que tout langage régulier est hors-contexte, en contruisant une grammaire hors-contexte à partir d'un AFD reconnaissant le langage régulier.

Exercice 3 :

1. Calculer le langage engendré par chacune des grammaires suivantes :
 - (a) $G_1 : S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$
 - (b) $G_2 : S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1 \mid \varepsilon$
2. Pour chacun des langages suivants, construire une grammaire qui le génère :
 - (a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$
 - (b) $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = 2|w|_1\}$

Exercice 4 :

Soit la grammaire G définie par les règles : $S \rightarrow 0S \mid 0S1S \mid \varepsilon$.

1. En construisant deux arbres distincts pour le mot $w = 001$, montrer que G est ambiguë.
2. Prouver que $L(G) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |u|_0 \geq |u|_1, \forall u \in Pref(w)\}$.
3. Construire une grammaire G' non ambiguë équivalente à G .

Exercice 5 :

Trouver une grammaire réduite équivalente à la grammaire suivante :

$$S \rightarrow AB \mid CA, A \rightarrow a, B \rightarrow BC \mid AB, C \rightarrow aB \mid b$$

Exercice 6 :

Trouver une grammaire propre équivalente à la grammaire suivante :

$$S \rightarrow ASB \mid \varepsilon, A \rightarrow aAS \mid a, B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$$

Exercice 7 :

En utilisant le Lemme de pompage pour les langages hors-contexte, montrer que les langages suivants ne sont pas hors-contexte :

1. $L_1 = \{0^n \mid n \text{ est premier}\}$.
2. $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$.