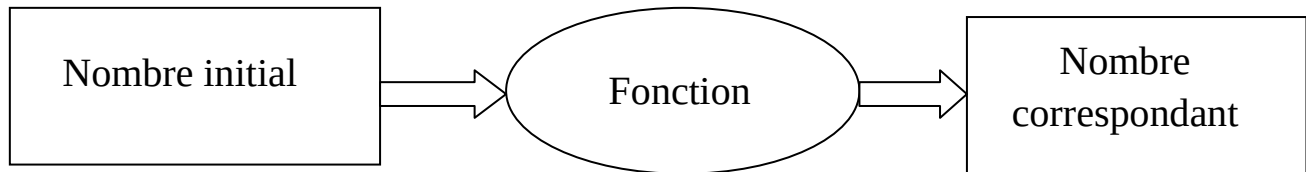


Chapitre 9 :

Notion de fonction.

I- Définition, notation et vocabulaire.

Une **fonction** f est un outil mathématique qui, à un nombre x , fait correspondre un nombre unique noté $f(x)$
(on lit « f de x »)



Exemple :

La fonction f qui, à un nombre, associe son carré se note : $f : x \mapsto x^2$.

La fonction f associe, au nombre x , le nombre $f(x) = x^2$.

On a : $f(5) = 5^2 = 25$

On dit que **l'image** de 5 par la fonction f est 25. **Cette image est unique.**

L'image de 5 par la fonction f se note $f(5)$.

On dit aussi que 5 est **un antécédent** de 25 par la fonction f .

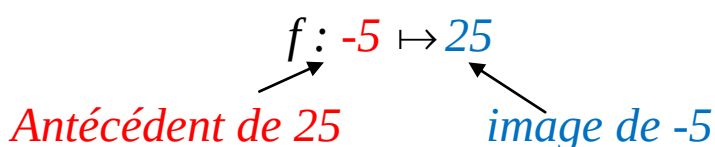
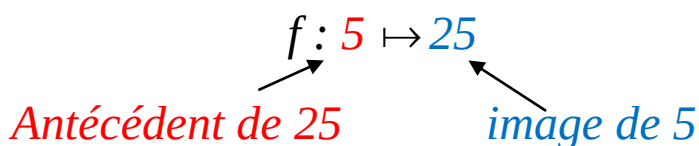
Un nombre peut avoir plusieurs antécédents

(voir les constructions sur GeoGebra sur le site).

Calculer : $f(-5) = (-5)^2 = 25$

Donc -5 est un autre antécédent de 25 par la fonction f .

(Voir « image et antécédent » sur le site www.mathsrollinat.sitew.fr).



Pour designer une fonction, on peut au choix :

Utiliser une phrase :	<i>La fonction h associe à un nombre son cube augmenté de son double.</i>
Utiliser sa notation :	$h : x \mapsto x^3 + 2x$
Utiliser une égalité :	$h(x) = x^3 + 2x$

II- Applications.

Application 1 :

Soit g une fonction.

On considère le tableau de valeurs suivantes :

x	-4	-2	1	5	10
$g(x)$	4	1	4	-2	5

1) Quelle est l'image de 1 par la fonction g ?

L'image de 1 par la fonction g est 4.

2) Donner $g(-2) = 1$

3) Donner un antécédent par la fonction g du nombre 1.

Un antécédent par la fonction g du nombre 1 est -2.

4) Donner deux antécédents par la fonction g du nombre 4 :

Deux antécédents par la fonction g du nombre 4 sont -4 et 1.

Application 2 :

On considère la fonction h définie par $h(x) = 2x^2 - 3x + 7$

Compléter le tableau ci-dessous :

x	-5	-2	0	3
$h(x)$	72	21	7	16

$$h(-5) = 2 \times (-5)^2 - 3 \times (-5) + 7 = 2 \times 25 + 15 + 7 = 72$$

1) Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?

L'image de -2 par la fonction h est 21.

2) Calculer l'image de $\frac{2}{3}$:

$$h\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{2}{3}\right) + 7 = 2 \times \frac{4}{9} - 2 + 7 = \frac{8}{9} - \frac{18}{9} + \frac{63}{9} = \frac{53}{9}$$

Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par le fonction h est $\frac{53}{9}$.

Application 3 :

Soit i la fonction définie par :

$$i : x \mapsto x^2 + 2 \quad (\text{On peut aussi écrire } i(x) = x^2 + 2)$$

1) Calculer l'image de 15 par la fonction i .

$$i(15) = 15^2 + 2 = 225 + 2 = 227 \quad \text{l'image de 15 par la fonction } i \text{ est 227.}$$

2) Calculer le ou les antécédent(s) de 83 par la fonction i .

Pour calculer le ou les antécédents de 83 par la fonction i , il faut résoudre l'équation $x^2 + 2 = 83$.

$$x^2 + 2 = 83$$

$$x^2 = 83 - 2$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \sqrt{81} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{81}$$

$$x = 9 \quad \text{ou} \quad x = -9$$

Les antécédents de 83 par la fonction i sont 9 et -9.

III- Représentation graphique d'une fonction.

a désigne un nombre et $f(a)$ son image par la fonction f .

Un repère étant choisi, on considère les points de coordonnées $(a ; f(a))$

L'ensemble (C) de ces points est la représentation graphique de la fonction f dans ce repère.

Application :

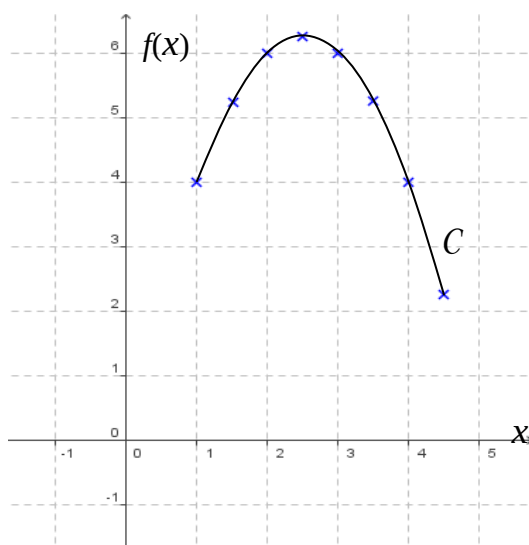
Dans un repère orthogonal d'unité 1 cm sur chaque axe, représenter graphiquement la fonction f pour x compris entre 1 et 4,5 :

$$f : x \mapsto 5x - x^2$$

Utilisons un tableau de valeurs :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

Représentation graphique : Sur GeoGebra : saisir (champ saisie en bas) $f(x)=5x-x^2$



Remarque : Lorsque les deux axes sont gradués avec la même unité, on dit que le repère est orthonormal.