TD 4: Propagation de la lumière

I. Tester ses connaissances et sa compréhension du cours

- 1) Rappeler la structure de l'onde lumineuse.
- **2)** Rappeler le domaine de longueurs d'onde du visible. Situer le spectre du visible au sein du spectre électromagnétique.
- 3) Comment définit-on l'indice optique d'un milieu ? Combien vaut l'indice de l'air ? de l'eau ?
- **4)** Une radiation de longueur d'onde 600 nm est de couleur rouge. Quelle est la longueur d'onde de cette radiation dans l'eau ? Quelle est la couleur associée ?
- 5) Rappeler les lois de Snell-Descartes.
- **6)** Qu'appelle-t-on phénomène de réflexion totale ? Donner un exemple d'application.
- 7) Interpréter les lois de Snell-Descartes grâce à un modèle ondulatoire.
- **8)** Rappeler la relation traduisant le phénomène de diffraction.
- 9) Quel est l'effet de la diffraction sur la propagation et la focalisation d'un faisceau laser ?

II. Questions de réflexion – Physique pratique

1) Lame à faces parallèles

Pourquoi la lumière n'est-elle pas déviée par une lame de verre à faces parallèles ? La propriété est-elle toujours vérifiée lorsqu'il s'agit de la paroi d'une cuve remplie d'eau ?

2) Percement d'une conduite

Deux voisins occupant les maisons A et B se mettent d'accord pour effectuer un unique captage sur une conduite d'eau rectiligne. Où doivent-ils placer le point de branchement pour que la longueur totale de conduites soit minimale ?

Quelle analogie peut-on effectuer avec l'optique ?

Si les maisons étaient placées de part et d'autre de la conduite, cette analogie serait-elle toujours valable ?

3) Fontaine lumineuse

La lumière se propage en ligne droite dans un milieu transparent homogène tel que l'eau. Comment se fait-il alors que dans les fontaines lumineuses la lumière suive les jets d'eau ?

4) Mirage atmosphérique

Expliquer à l'aide d'un schéma le phénomène de mirage atmosphérique.

III. Exercices d'entraînement

1) Étude du phénomène de dispersion

Un rayon lumineux, se propageant dans l'air, arrive avec une incidence $i = 40^{\circ}$ sur un dioptre air-verre plan. Si on considère que ce rayon est constitué de lumière blanche, calculer l'écart angulaire entre les rayons réfractés extrêmes.

L'indice du verre est donné par la formule de Cauchy : $n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$ et on donne les valeurs A = 1,504

 $B = 4,18810^{-15} SI$ et l'indice de l'air sera pris égal à 1,000.

2) Conditions d'émergence

- 1. Quelle est la condition pour qu'un rayon passant de l'eau à l'air soit réfracté?
- **2.** On place une source de lumière (supposée ponctuelle) au fond d'une piscine remplie d'eau, de profondeur d = 2,50 m. Donner les dimensions de la zone de la surface libre qui sera éclairée.

3) Réfractomètre de Pulfrich

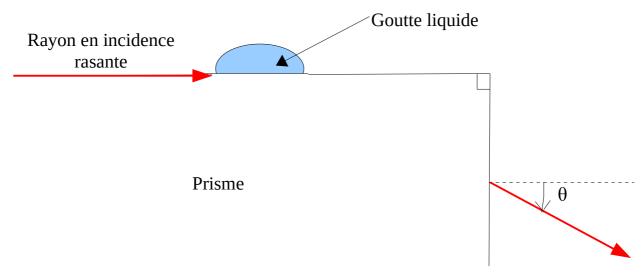
On cherche à mesurer l'indice de réfraction d'un liquide à l'aide du réfractomètre de Pulfrich.

On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90°.

On éclaire cette goutte en lumière monochromatique en prenant soin qu'elle soit éclairée en <u>incidence</u>

rasante.

A l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme.



- **1.** L'indice de réfraction du verre est N = 1,625. Dessiner la marche du rayon lumineux rasant se réfractant en I.
- **2.** On est capable de mesurer l'angle θ du rayon émergeant correspondant au rayon d'incidence rasante (voir figure). Montrer que l'angle θ satisfait la relation $\sin\theta = \sqrt{N^2 n^2}$. Calculer θ .
- **3.** Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction d'un liquide que l'on peut mesurer avec ce réfractomètre ?

4) A propos d'un piranha

Un piranha nage dans une rivière tropicale et se déplace vers un biologiste qui marche dans l'eau.

L'eau possède un indice de réfraction *n* par rapport à l'air et on suppose qu'elle est parfaitement transparente.

Le biologiste s'immobilise lorsqu'il aperçoit le piranha. Il est alors <u>debout</u> et entouré de nénuphars au delà d'un rayon R.

Les yeux du biologiste sont à une hauteur *h* par rapport à la surface de la rivière et le piranha se situe à une profondeur *p*.

Dans la suite de l'exercice, le biologiste observera le piranha en gardant <u>toujours</u> les yeux hors de l'eau.

- 1. Schématiser la situation.
- **2.** À partir de quelle distance d le biologiste aperçoit-il le piranha ? Exprimer d en fonction de R, p, h et n. Pour la résolution, on pourra poser a = d R.
- **3.** Calculer *d*. On donne: n = 1,33 h = 0,75 m R = 3 m p = 0,7 m
- **4.** Le poisson remonte doucement à la verticale. Tout en restant à la distance d, comment le biologiste doit-il faire pour pouvoir continuer à surveiller le piranha ?
- **5.** À partir de quelle profondeur p_1 , le poisson ne pourra-t-il plus être vu par le biologiste ? Exprimer p_1 en fonction de a et n.

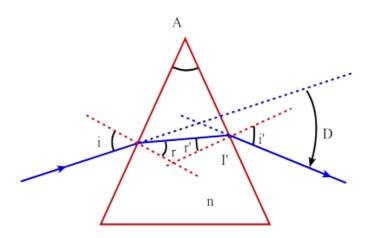
5) Étude du prisme

Soit un rayon parvenant au point I sur la face d'entrée d'un prisme, d'angle A et d'indice n.

Il émerge par la face de sortie en un point I' avec un angle i'.

On note D l'angle mesurant la déviation entre le rayon incident et le rayon émergent.

Le milieu extérieur est l'air d'indice 1.



- **1.** Montrer que l'existence du rayon émergent dépend d'une condition sur r'. En déduire une condition sur i.
- **2.** Montrer que l'existence d'un rayon émergent impose aussi une condition sur A.

3. Pour un prisme d'indice n = 1,5, vérifier que l'angle $A = 60^{\circ}$ convient. Déterminer alors numériquement l'encadrement de i.

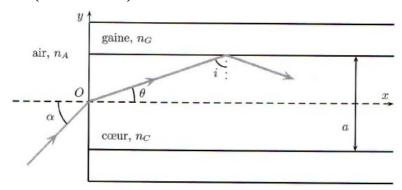
- **4.** Établir une relation entre A, *r* et *r'* puis exprimer D en fonction de *i*, *i'* et A.
- 5. On montre expérimentalement que D passe par un minimum unique D_m.
- a) Justifier que ce minimum correspond à i = i'.
- b) Exprimer D_m en fonction de i et A puis en déduire l'indice n en fonction de D_m et A.

6) Transmission de l'information par fibre optique

Une fibre à saut d'indice est formée d'un cœur cylindrique d'axe (Ox) et de diamètre a, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_C , entouré d'une gaine homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_G , légèrement inférieur à n_C .

La fibre est limitée à ses extrémités par deux plans perpendiculaires à (*Ox*).

L'indice de l'air est noté n_A ($n_A < n_C$ et n_G).



On étudie la propagation d'un rayonnement monochromatique dans le plan (xOy).

- **1.** Énoncer les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction à la surface de séparation de deux milieux transparents, homogènes et isotropes. A quelles conditions y-a-t-il réflexion totale ?
- **2.** Quelle condition doit vérifier l'angle d'incidence i à la surface de séparation cœur/gaine pour qu'un rayon lumineux, situé dans le plan (xOy), se propage en restant confiné dans le cœur ?

On note i_l l'angle d'incidence limite et $\theta_l = \pi/2 - i_l$

Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence α sur la face d'entrée de la fibre est inférieur à une valeur limite α_l

Montrer que l'ouverture numérique ($ON = n_A \sin \alpha_l$) est égale à $ON = \sqrt{n_C^2 - n_G^2}$

- **3.** Dessiner dans le plan (*xOy*) le trajet de rayons lumineux passant par O et correspondant :
 - à un rayon qui se propage en restant confiné dans le cœur ;
 - à un rayon qui se propage mais ne reste pas confiné dans le cœur (dans ce cas, pourquoi n'y a-t-il pas propagation à grande distance dans la fibre ?);
 - au faisceau de rayons lumineux qui se propage sans perte d'énergie dans la fibre.
- **4.** Calculer i_l , ON et α_l pour $n_C = 1,50$; $\Delta = (n_C n_G)/n_C = 2$ % et $n_A = 1,00$.

7) Étude d'un arc-en-ciel

Lorsque le Soleil illumine un rideau de pluie, on peut admettre que chaque goutte d'eau se comporte comme une sphère réceptionnant un faisceau de rayons parallèles entre eux.

On recherche les conditions pour que la lumière émergente, issue d'une goutte d'eau, se présente sous forme d'un faisceau de lumière parallèle (c'est à cette condition que l'intensité lumineuse sera maximale, donc observable pour l'oeil). Pour cela on fait intervenir l'angle de déviation D de la lumière à travers la goutte d'eau, mesuré entre le rayon émergent et le rayon incident. Cet angle de déviation D est une fonction de l'angle d'incidence i.

On admettra que la condition de parallélisme des rayons émergents se traduit mathématiquement par $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i}=0$.

- 1. Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction d'un rayon lumineux passant de l'air (milieu d'indice unité) vers un milieu d'indice n. Exprimer la dérivée $\frac{dr}{di}$ exclusivement en fonction de l'indice n et du sinus de l'angle d'incidence.
- 2. Une goutte d'eau quelconque, représentée par une sphère de centre O et de rayon R, est atteinte par la lumière solaire sous des incidences variables, comprises entre 0° et 90° . Son indice, pour une radiation donnée, sera notée n tandis que celui de l'air sera pris égal à l'unité.

Répondre aux questions a), b), c) ci-après pour chacun des trois cas suivants :

- lumière directement transmise (figure 1);
- lumière transmise après une réflexion partielle à l'intérieur de la goutte (figure 2);
- lumière transmise après deux réflexions à l'intérieur de la goutte (figure 3).
- a) Exprimer en fonction de l'angle d'incidence i ou de l'angle de réfraction r, tous les angles marqués de lettre grecques.
- b) En déduire l'angle de déviation D propre à chaque cas, en fonction de i et de r.
- c) Rechercher ensuite, si elle existe, une condition d'émergence d'un faisceau parallèle, exprimée par une relation entre le sinus de l'angle d'incidence et l'indice n de l'eau.
- 3. Le soleil étant supposé très bas sur l'horizon, normal au dos d'un observateur, montrer que celui-ci ne pourra observer la lumière transmise que si la goutte d'eau se trouve sur deux cônes, d'axes confondus avec la direction solaire et de demiangles au sommet θ_2 et θ_3 . Exprimer ces deux angles en fonction de D_2 et D_3 .
- 4. Les angles θ_2 et θ_3 dépendant de l'indice n de l'eau, on observe un phénomène d'irisation dû au fait que cet indice évolue en fonction de la longueur d'onde. Calculer ces angles pour le rouge et le violet, sachant que pour le rouge l'indice vaut 1, 3317 tandis que pour le violet il est égal à 1, 3448.
- 5. En admettant que l'observateur se trouve face à un rideau de pluie, dessiner la figure qui apparaît dans son plan d'observation en notant la position respective des rouges et des violets.

