

## TD 8 : Circuits linéaires du 1er ordre

### I. Tester ses connaissances et sa compréhension du cours

- 1) Qu'appelle-t-on régime transitoire ?
- 2) Représenter graphiquement la réponse d'un circuit RC à un échelon de tension.
- 3) Établir et résoudre l'EDL caractérisant la charge du condensateur.
- 4) Qu'appelle-t-on temps de réponse d'un système du 1er ordre ? L'illustrer sur le cas du circuit RC.
- 5) Effectuer un bilan de puissance sur toute la durée de charge du condensateur.
- 6) Par analogie avec le circuit RC, retrouver rapidement les résultats concernant la réponse d'un circuit LR à un échelon de tension.

### II. Questions de réflexion – Physique pratique

#### 1) Constantes de temps

On considère trois grandeurs  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , respectivement résistance, inductance et capacité.

Pour chaque couple, formé avec deux d'entre elles, former une grandeur ayant la dimension d'un temps (on raisonnera par des équations aux dimensions). Quels temps caractéristiques retrouve-t-on ainsi ?

#### 2) Influence de la résistance interne du générateur

Un échelon de tension est appliqué à un circuit RC par un générateur ayant une résistance interne  $r$ .

a. Quel est le temps caractéristique de la variation de charge ?

Quelle erreur relative commet-on sur cette grandeur si l'on omet la présence de  $r$  ?

b. Application numérique :  $r = 50 \Omega$ ,  $R = 500 \Omega$ , puis  $R = 10 \text{ k}\Omega$

c. Conclure sur les conditions permettant de négliger cette erreur.

#### 3) Observation d'une réponse indicielle

L'étude des régimes libres ou des réponses indicielles n'est pas très commode au laboratoire, car leur évolution ne se répète pas. Or, les oscilloscopes permettent aisément de visualiser l'évolution de phénomènes périodiques, grâce à la fonction de synchronisation. C'est pour cette raison que l'on préfère souvent étudier la réponse d'un circuit à un signal d'excitation périodique, de forme carrée.

Si le circuit étudié présente une durée caractéristique  $\tau$ , quels critères président au choix de la période  $T$  du signal d'excitation ?

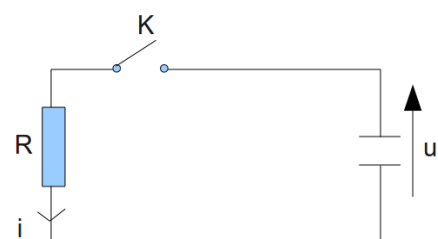
### III. Exercices d'entraînement

#### 1) Mise en équation de la décharge d'un condensateur

Le condensateur est initialement chargé et la tension à ses bornes vaut  $E$ .

À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$  et la résoudre.



## 2) Charge et décharge d'un condensateur

On considère le circuit RC série représenté ci-contre.

1. L'évolution de la position de l'interrupteur K est :

- Pour  $t < 0$  en position 2
- Pour  $t > 0$  en position 1

On suppose le condensateur initialement déchargé.

a. Déterminer l'équation différentielle (sous forme canonique) vérifiée par la tension  $u(t)$  aux bornes du condensateur. Donner l'expression de la constante de temps.

b. Déterminer l'expression de  $u(t)$  pour  $t > 0$  et représenter son allure.

c. En déduire l'expression du courant  $i(t)$  qui parcourt le circuit et tracer son allure.

d. Faire un bilan de puissance pour identifier ce que devient la puissance fournie par le générateur.

2. On suppose que le circuit est en régime établi. On considère alors une nouvelle évolution de la position de l'interrupteur K :

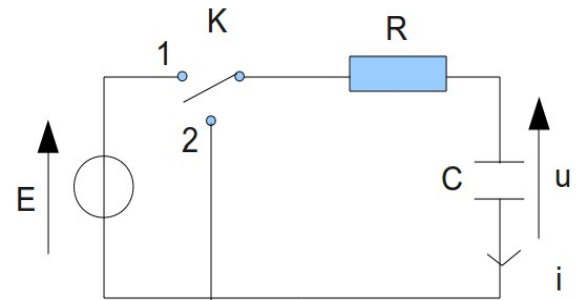
- Pour  $t < 0$  en position 1
- Pour  $t > 0$  en position 2

a. Donner l'équation différentielle sous forme canonique vérifiée par la tension  $u(t)$  aux bornes du condensateur.

b. Déterminer l'expression de  $u(t)$  et représenter son allure.

c. En déduire l'expression du courant  $i(t)$  qui parcourt le circuit.

d. Déterminer la valeur de l'énergie dissipée par effet Joule.



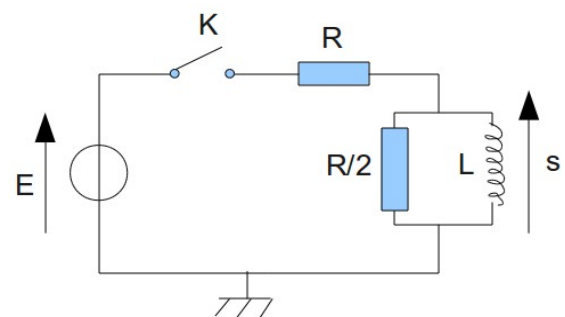
## 3) Circuit inductif

Le circuit ci-contre est alimenté par un générateur idéal de tension continue, de force électromotrice E.

A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur K.

1. Y a-t-il continuité de la tension  $s(t)$  en  $t = 0$  ?

Y a-t-il continuité du courant dans la résistance R en  $t = 0$  ? Commenter physiquement les réponses.



En déduire le comportement de  $s(t)$  au voisinage de  $t = 0^+$

2. Déterminer également le comportement asymptotique de  $s(t)$  lorsque  $t \rightarrow \infty$

3. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $s(t)$ .

4. En déduire  $s(t)$ .

5. Tracer l'allure de  $s(t)$ .

6. Exprimer en fonction de L et R le temps  $t_0$  au bout duquel :  $s(t_0) = s(t=0^+) / 10$

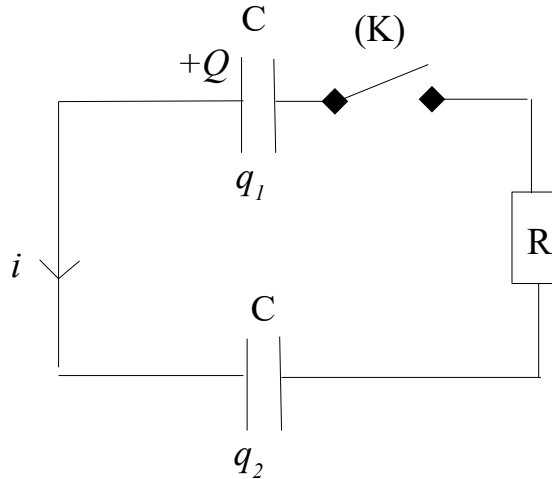
7. En déduire une méthode expérimentale pour déterminer  $t_0$  à l'oscilloscope. On précisera le montage électrique à réaliser et la mesure à effectuer concrètement.

8. On mesure expérimentalement :  $t_0 = 3,0 \mu\text{s}$ . On donne  $R = 1000 \Omega$ . En déduire l'inductance L de la bobine.

#### 4) Répartition de charges

Deux condensateurs de même capacité  $C$  comportent initialement l'un une charge  $Q$  et l'autre une charge nulle. Ces deux condensateurs sont reliés au travers d'une résistance  $R$  et d'un interrupteur (K).

A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur (K).



1. Déterminer la relation entre les charges  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  portées par les armatures de gauche des deux condensateurs.
2. Déterminer les expressions de  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  puis tracer leur évolution.

#### 5) Construction d'un portrait de phase

Un condensateur de capacité  $C$ , de charge initiale nulle, est chargé sous la tension  $E$  au travers d'une résistance  $R$ . Il est ensuite isolé, puis chargé sous la tension  $2E$  toujours au travers d'une résistance  $R$ . Enfin, on isole le condensateur puis on le branche aux bornes de la résistance  $R$ .

Analyser rapidement les opérations réalisées et les représenter dans un portrait de phase.

#### 6) Circuits RC en vis à vis (\*)

Le circuit ci-contre est constitué de deux cellules RC en vis à vis telles que les deux condensateurs soient initialement déchargés.

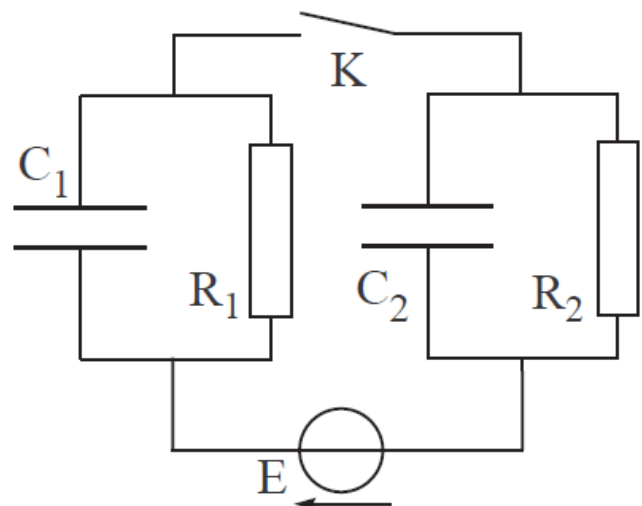
A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur K.

Déterminer l'expression de la charge  $q_1(t)$  portée par le condensateur de capacité  $C_1$ .

On posera :  $\tau = \frac{1}{C_1 + C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ ,  $\tau_1 = R_1 C_1$ ,

$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$  afin de mettre l'équation différentielle

qui régit l'évolution temporelle de  $q_1(t)$  sous forme canonique.



## IV. Résolution de problème

« Le premier bateau électrique au monde alimenté à 100 % par des supercondensateurs vient d'être baptisé ce 18 septembre 2013 à Lorient. Ce transbordeur électrique qui fera la navette entre Lorient et Pen-Mané porte bien son nom : Ar Vag Tredan veut dire « bateau électrique » en breton.

La capacité des supercondensateurs est suffisante pour alimenter le bateau sur un aller-retour.

La recharge des supercondensateurs se fait pendant le chargement et le déchargement des passagers à terre en seulement 4 minutes. Elle se fait à l'aide d'un connecteur à deux broches à une tension de 400 V.

Le bateau est équipé de 128 supercondensateurs de grande capacité (modules) pour un poids total de 6 tonnes réparti dans les deux coques du catamaran. Celui-ci va pouvoir effectuer chaque jour 28 allers-retours, à raison d'un par demi-heure, pour un trajet de 7 minutes entre Lorient et Locmiquélic, de l'autre côté de la rade.

A raison de 28 recharges complètes par jour, le bateau sera rechargé environ 7000 fois par an.

Cette cadence de recharge serait impossible à tenir pour des batteries, car les batteries Lithium-Ion et les batteries Ni-MH ne supportent que 500 à 1000 cycles de recharge en moyenne.

Cette nouvelle génération de navire à supercondensateur permet de supprimer les émissions de CO<sub>2</sub>, de SO<sub>x</sub> et de No<sub>x</sub>.

A la différence de ses homologues utilisés dans les ports de la Rochelle ou de Marseille, l'alimentation des deux moteurs de 100 chevaux est assurée par des condensateurs « super capacités » fournis par Bolloré.

Le gros avantage de cette technologie par rapport à l'utilisation de batteries est la très grande vitesse de rechargement. »

<http://www.supercondensateur.com/>

### Caractéristiques techniques d'un élément unitaire de 2600 F

Capacité (25°C / 100 A)	2600 F
Tension nominale	2.7 V
Résistance série DC (25°C / 100 A)	0.35 mΩ
Résistance série AC (25°C / 100 A)	0.2 mΩ
Courant pic maximal	600 A
Masse	500 g
Énergie spécifique 2,7 V / 25°C	5.3 Wh/kg
Puissance spécifique maximale (2,7 V / 25°C)	20 KW/kg
Constante de temps R <sub>sdC</sub> (25°C / 100A)	0.9 s
Température d'utilisation	-30 to +60 °C
Température de stockage	-30 to +70 °C

**Déterminer la capacité totale des condensateurs et estimer la résistance du circuit de charge.**

