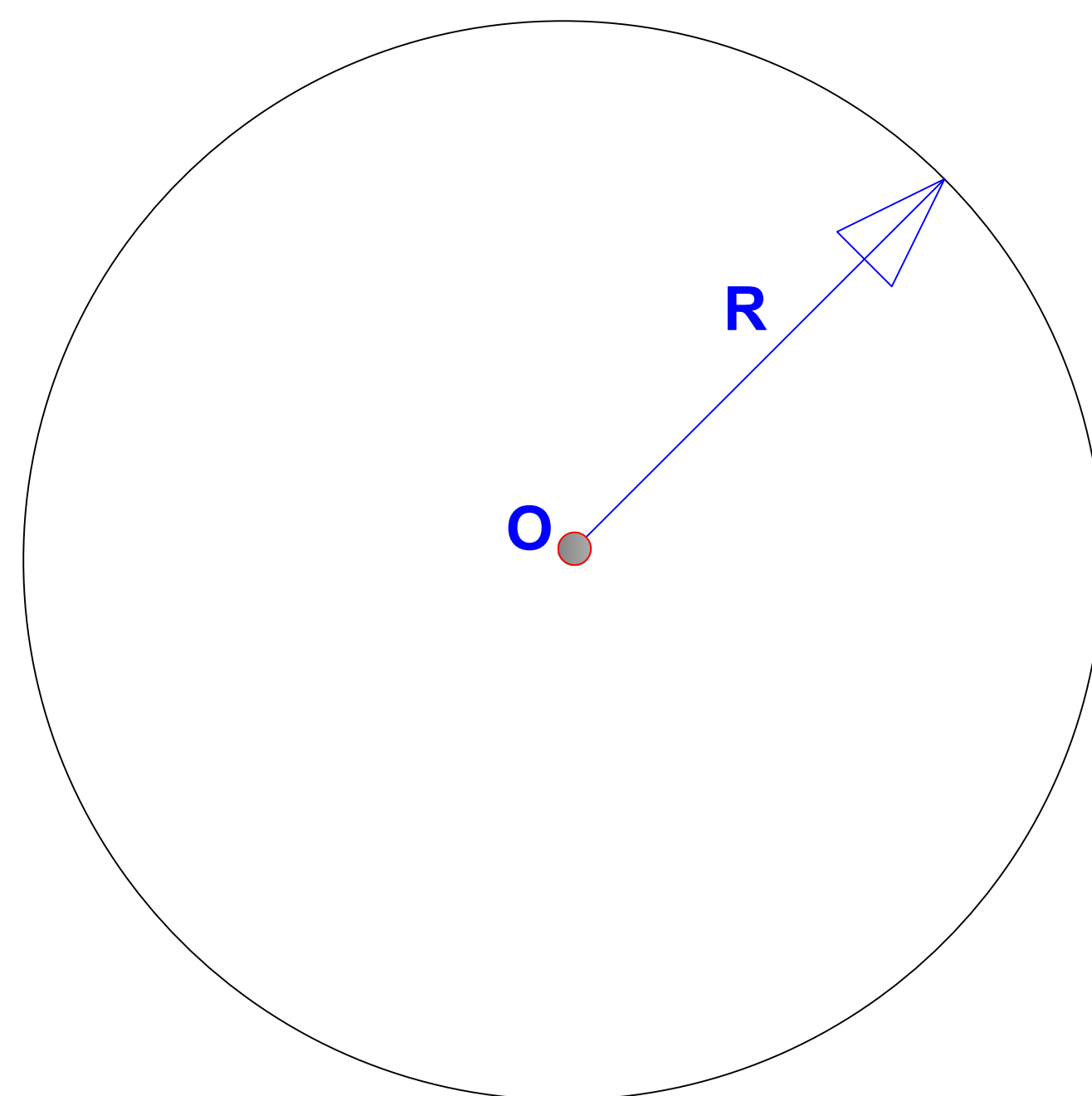


LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

La longitud de la circunferencia se calcula multiplicando 2π por el radio "R" de la circunferencia o el diámetro por π .



$$L_{\text{Circunferencia}} = 2\pi R$$

Donde:

R: Radio de la circunferencia

$$\pi = 3,1416$$

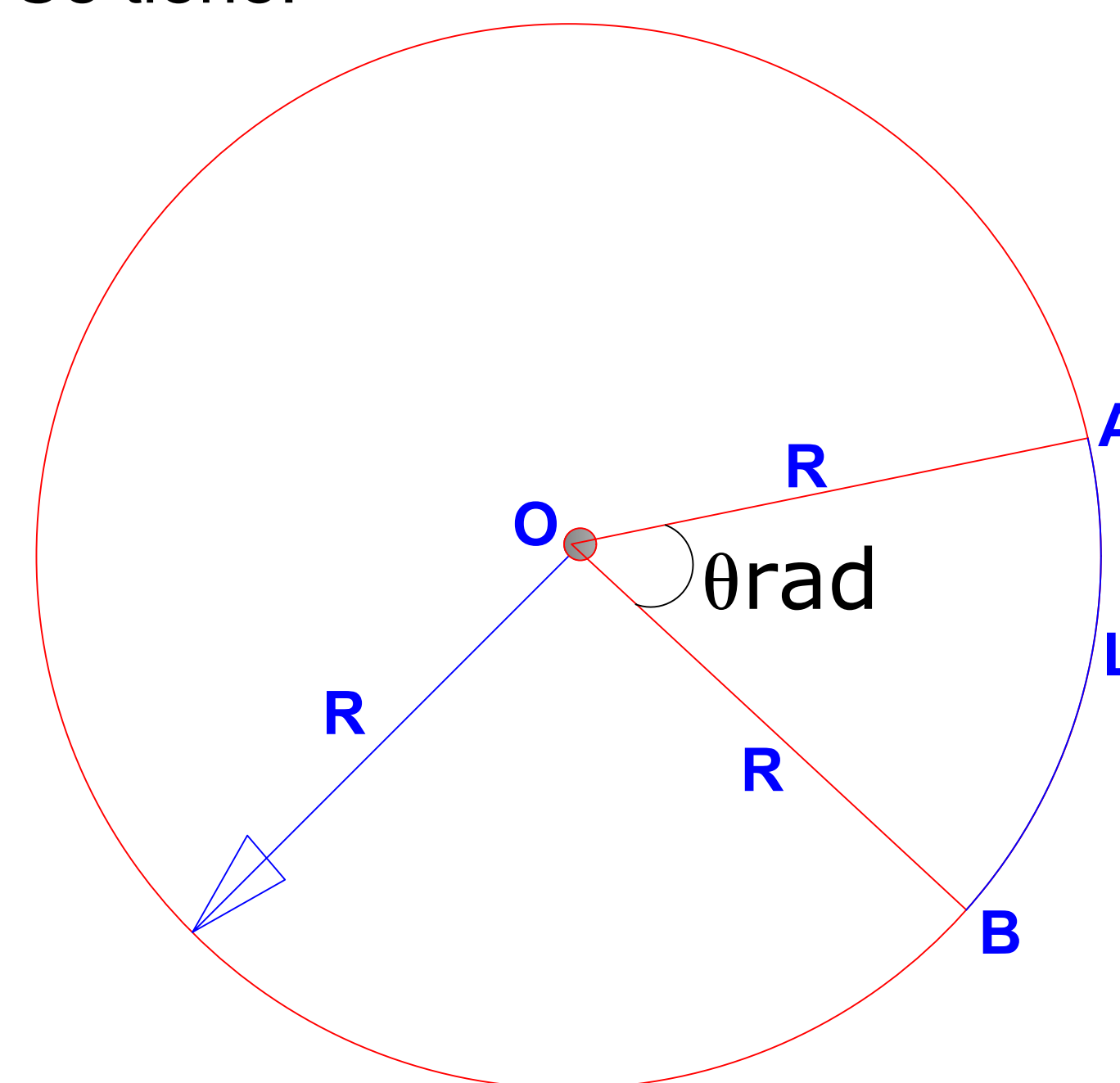
$$\pi = \frac{L_c}{2R} = \frac{L_c}{D}$$

D: Diámetro

LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA

A la porción(AOB) de la circunferencia, se denomina sector circular. Si θ es el ángulo central expresado en radianes, de una circunferencia de radio R y L longitud de arco.

Se tiene:



$$L_c \dots\dots\dots 2\pi \text{ rad}$$

$$L \dots\dots\dots \theta \text{ rad}$$

$$L = \frac{L_c \cdot \theta \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}}$$

$$L = \frac{2\pi R \cdot \theta}{2\pi}$$

$$\rightarrow L = \theta R$$

Donde:

θ : Número de radianes del ángulo central

R: Radio de la circunferencia

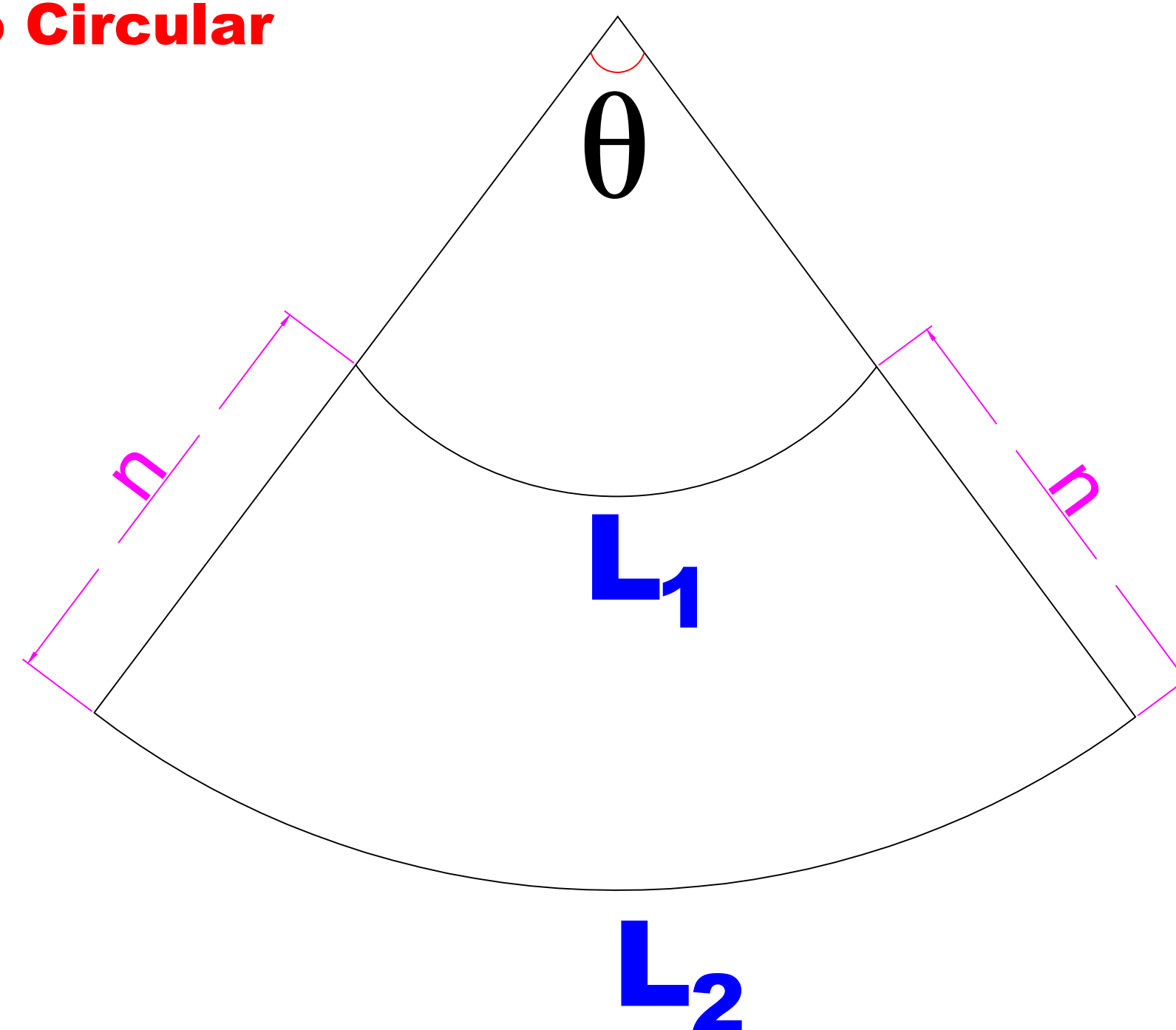
Importante: $0 < \theta \leq 2\pi \text{ rad}$

Perímetro de un sector circular:

$$2p = L + 2R = \theta R + 2R$$

Algunas relaciones importantes en sectores
circulares concéntricos

Trapezio Circular

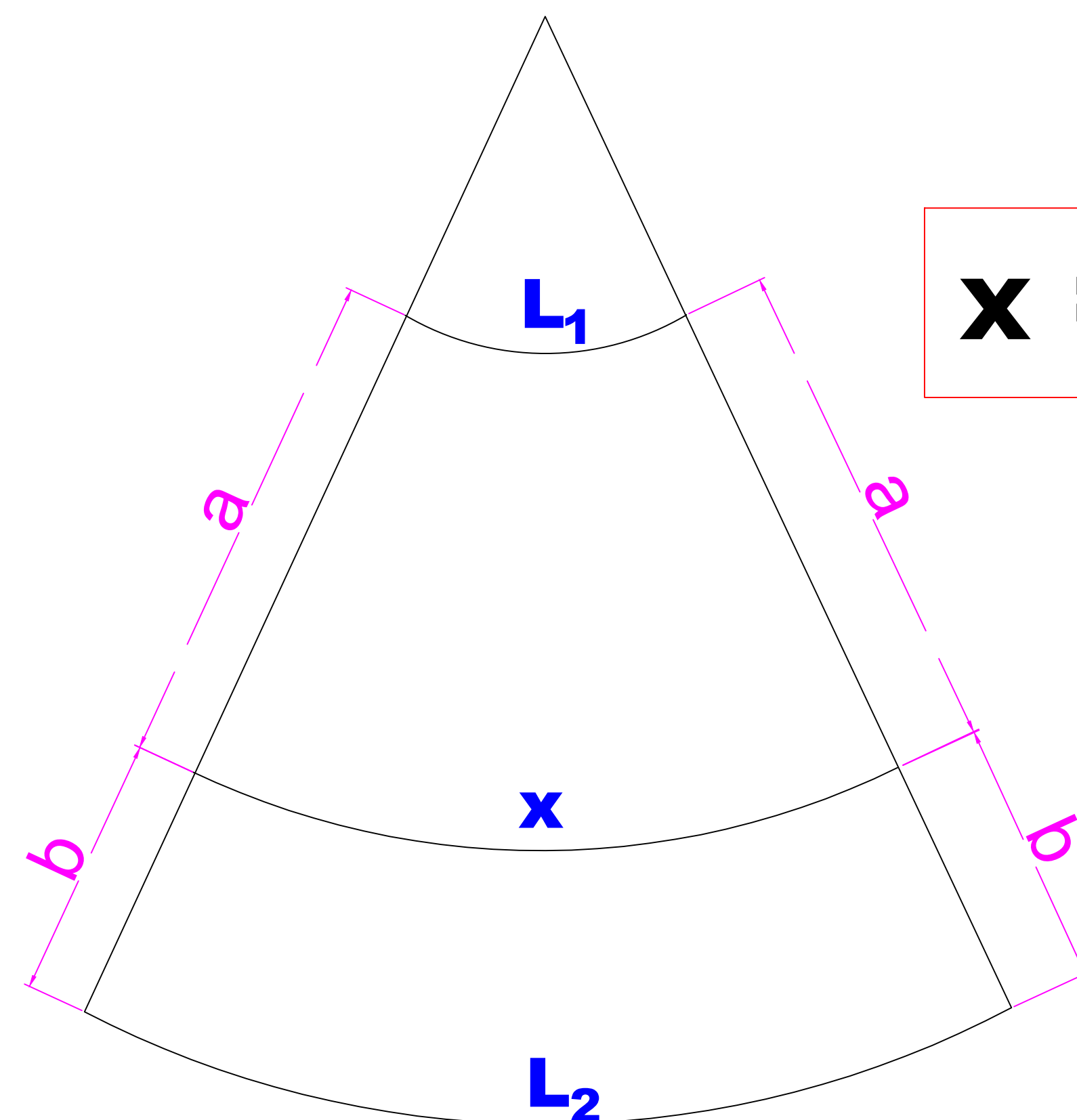


$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{n}$$

Observación

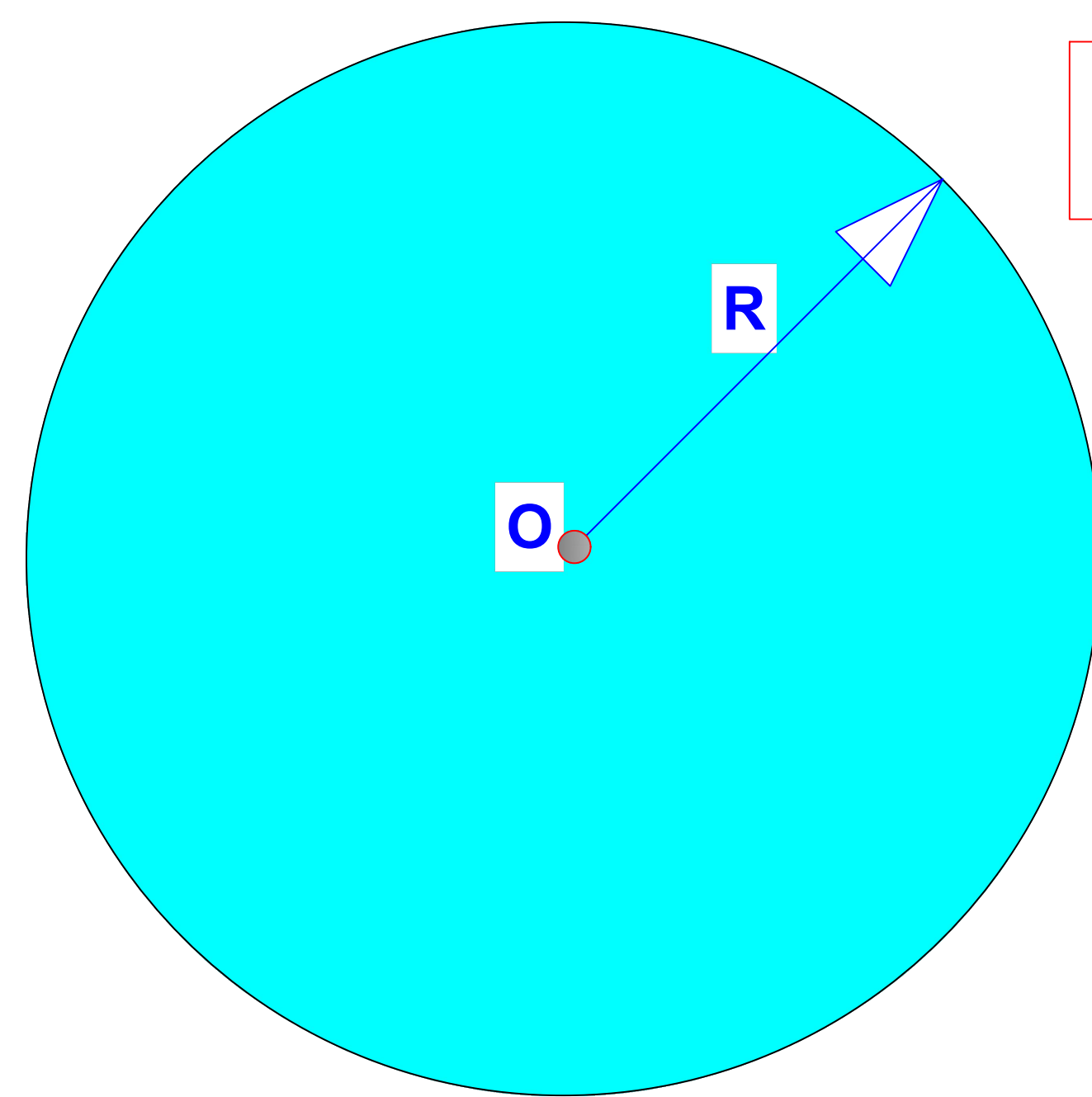
Para recordar la fórmula
 $L = \theta R$. No olvidar: LOR

UNIDADES:
L: u, cm, m, km,...
R: u, cm, m, km,...
 θ : rad



$$x = \frac{aL_2 + bL_1}{a+b}$$

ÁREA DEL CÍRCULO



$$\text{Área del círculo} = \pi R^2$$

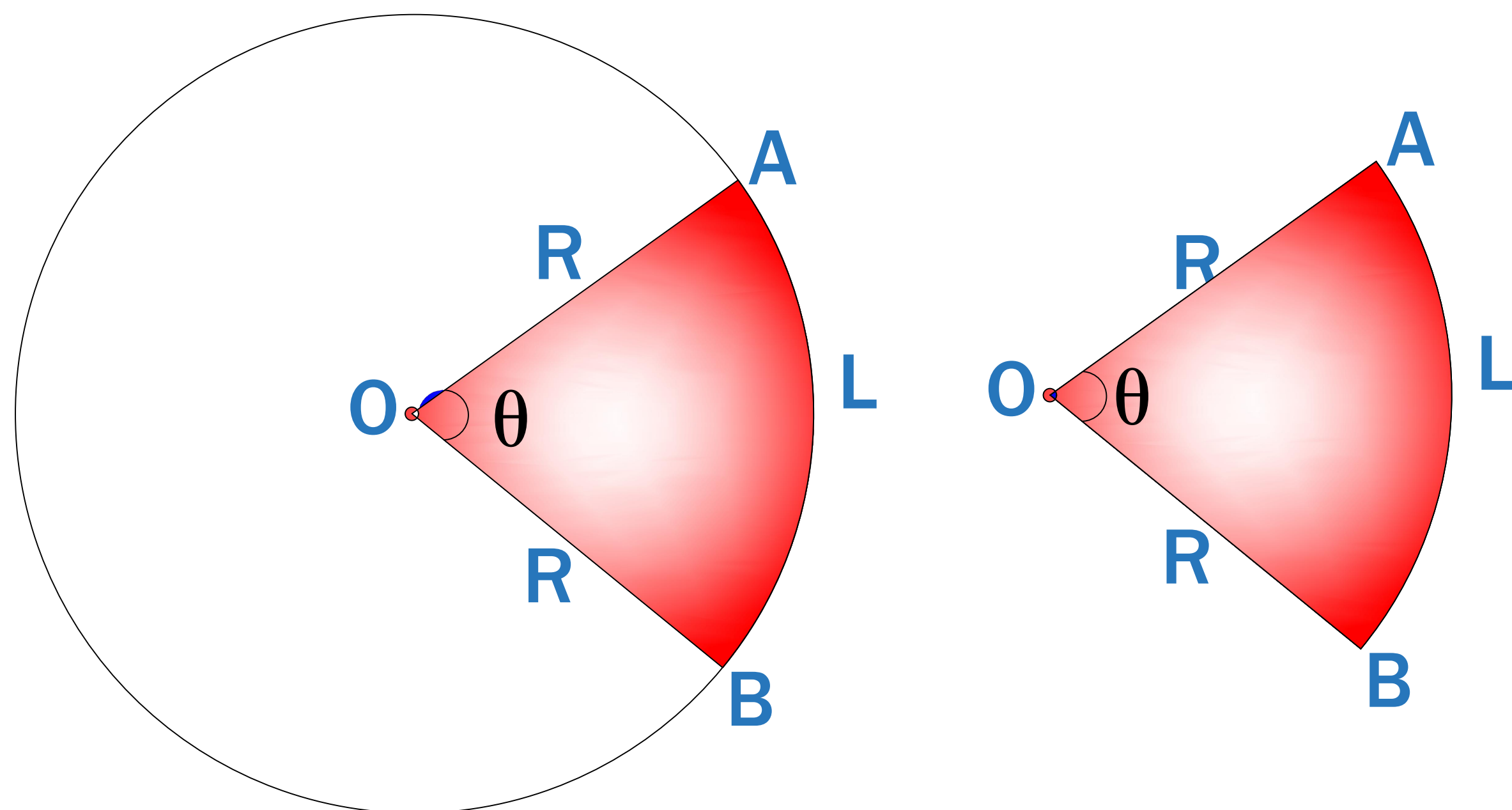
Donde:
R: Radio del círculo
 $\pi = 3,1416$

ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR

A la porción sombreada de la figura, se denomina sector circular.

Si θ es el ángulo central expresado en radianes, de una circunferencia de radio R y “ S ” denota el área de un sector circular y “ L ” longitud de arco.

Se tiene:



Área del círculo..... $2\pi rad$

Área del sector θrad

$$S = \frac{\pi R^2 \cdot \theta rad}{2\pi rad} \Rightarrow S = \frac{\theta \cdot R^2}{2}$$

$$S = \frac{L \cdot R}{2}$$

$$S = \frac{\theta \cdot R^2}{2}$$

$$S = \frac{L^2}{2\theta}$$

$$0 < \theta < 2\pi$$

Para poder utilizar una de las fórmulas sobre el cálculo del área de un sector circular se deberá tener en cuenta que:

$$1 < \theta \leq 2\pi ; \quad 1 < \frac{L}{R} \leq 2\pi ; \quad 1 < \frac{L}{r} \leq 6,28$$

UNIDADES:

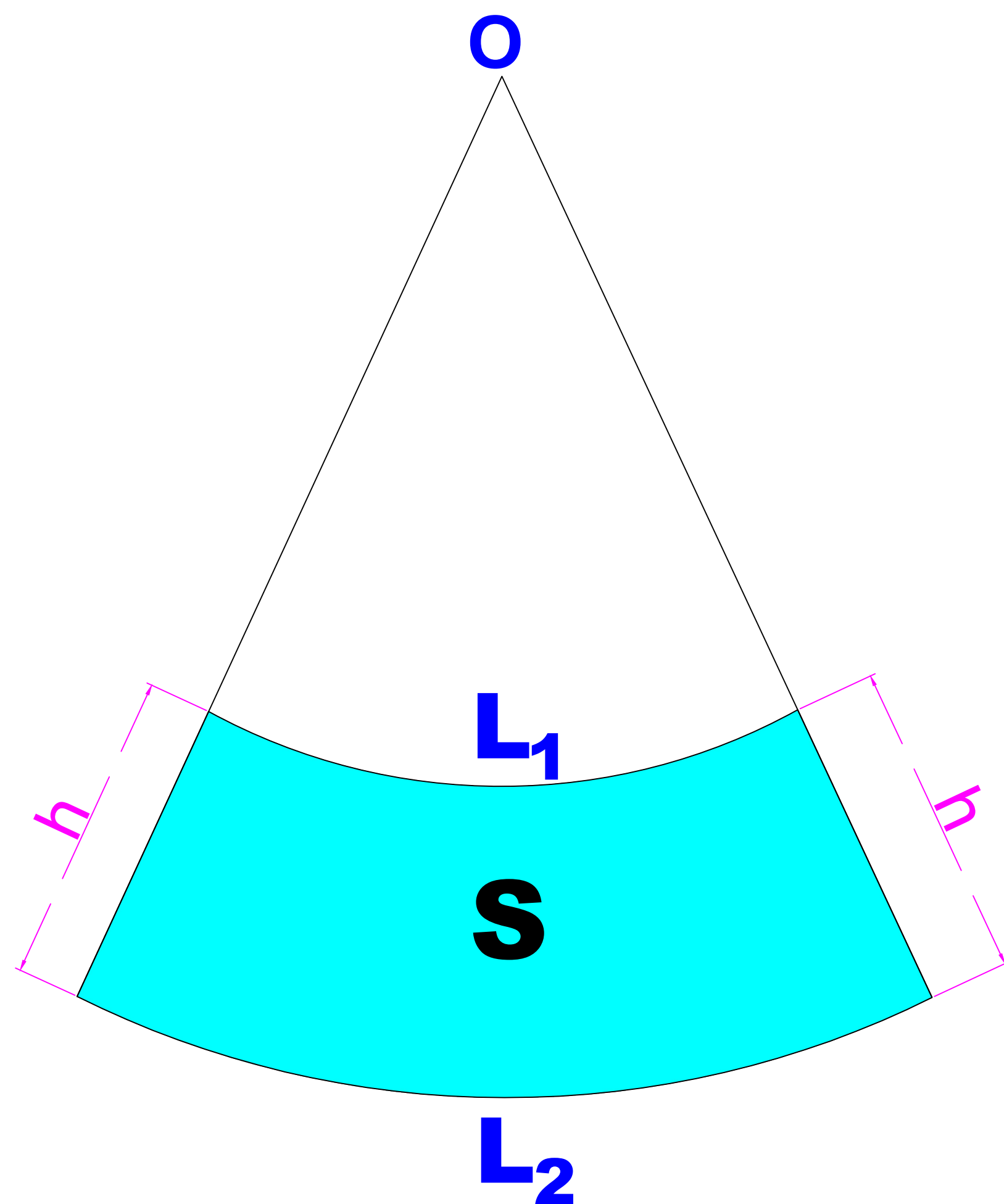
S: u^2 , cm^2 , m^2 , km^2 ,...

L: u , cm , m , km ,...

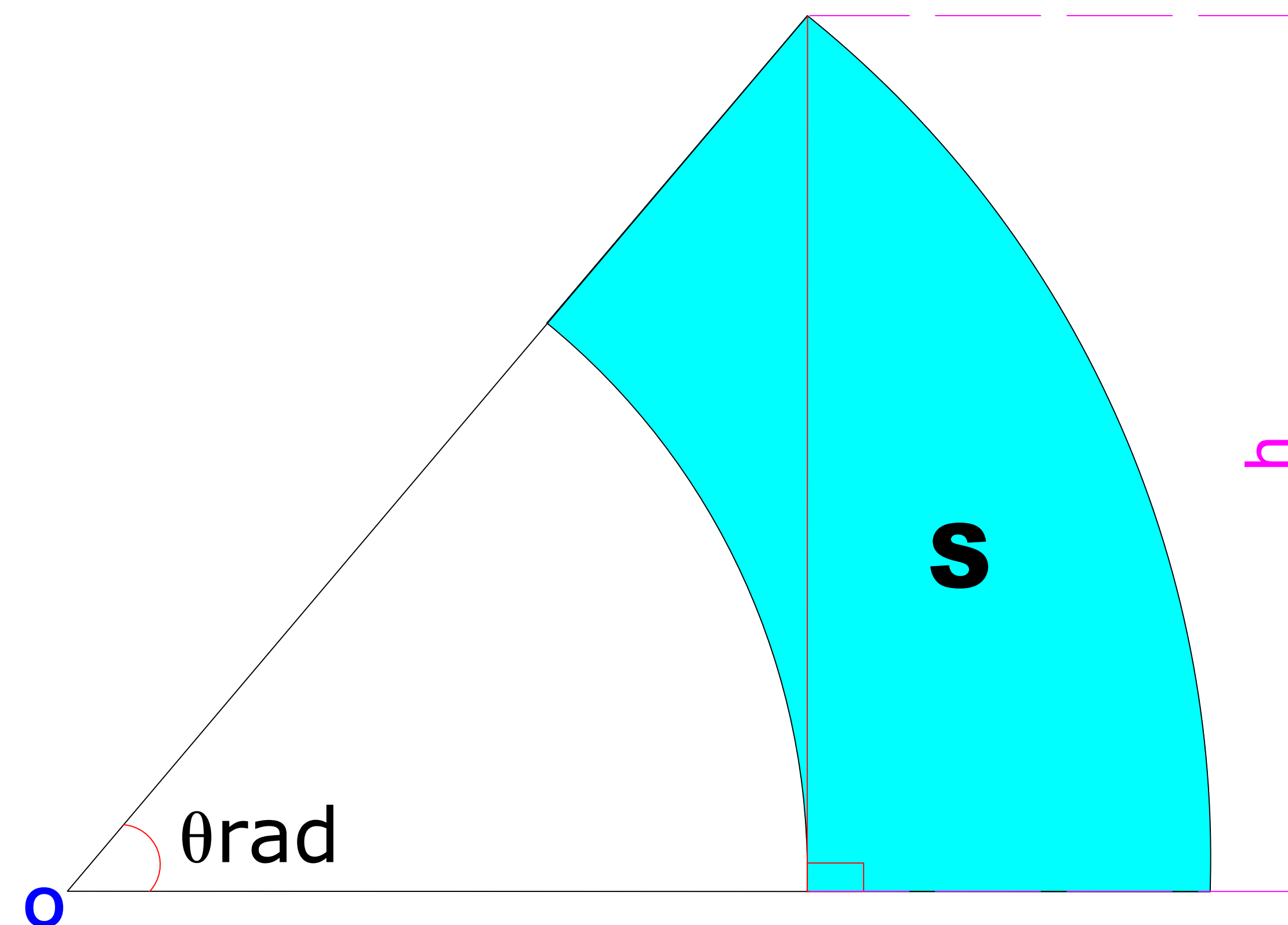
R: u , cm , m , km ,...

θ : **rad**

ÁREA DEL TRAPECIO CIRCULAR

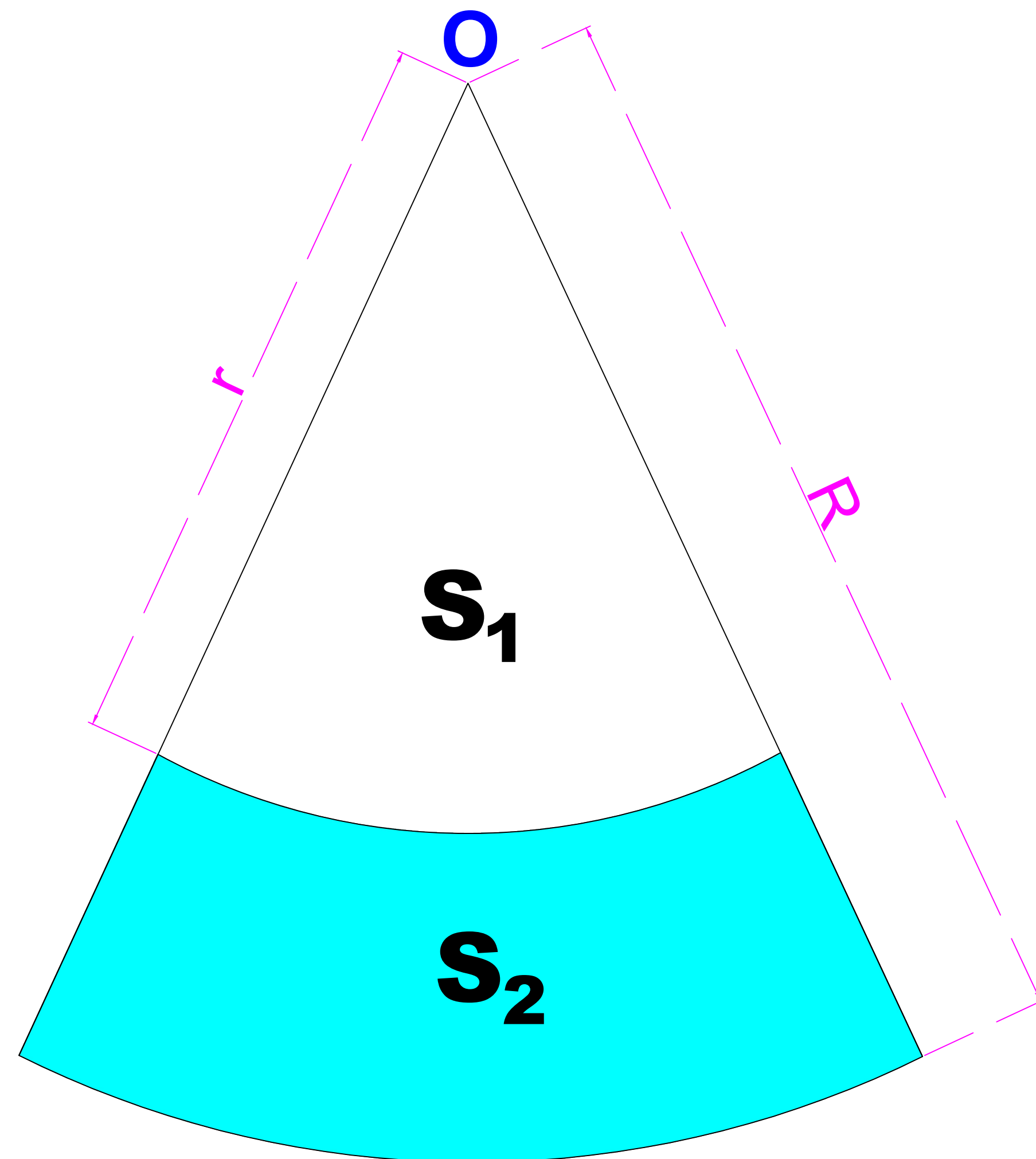


$$S = \left(\frac{L_1 + L_2}{2} \right) \cdot h$$

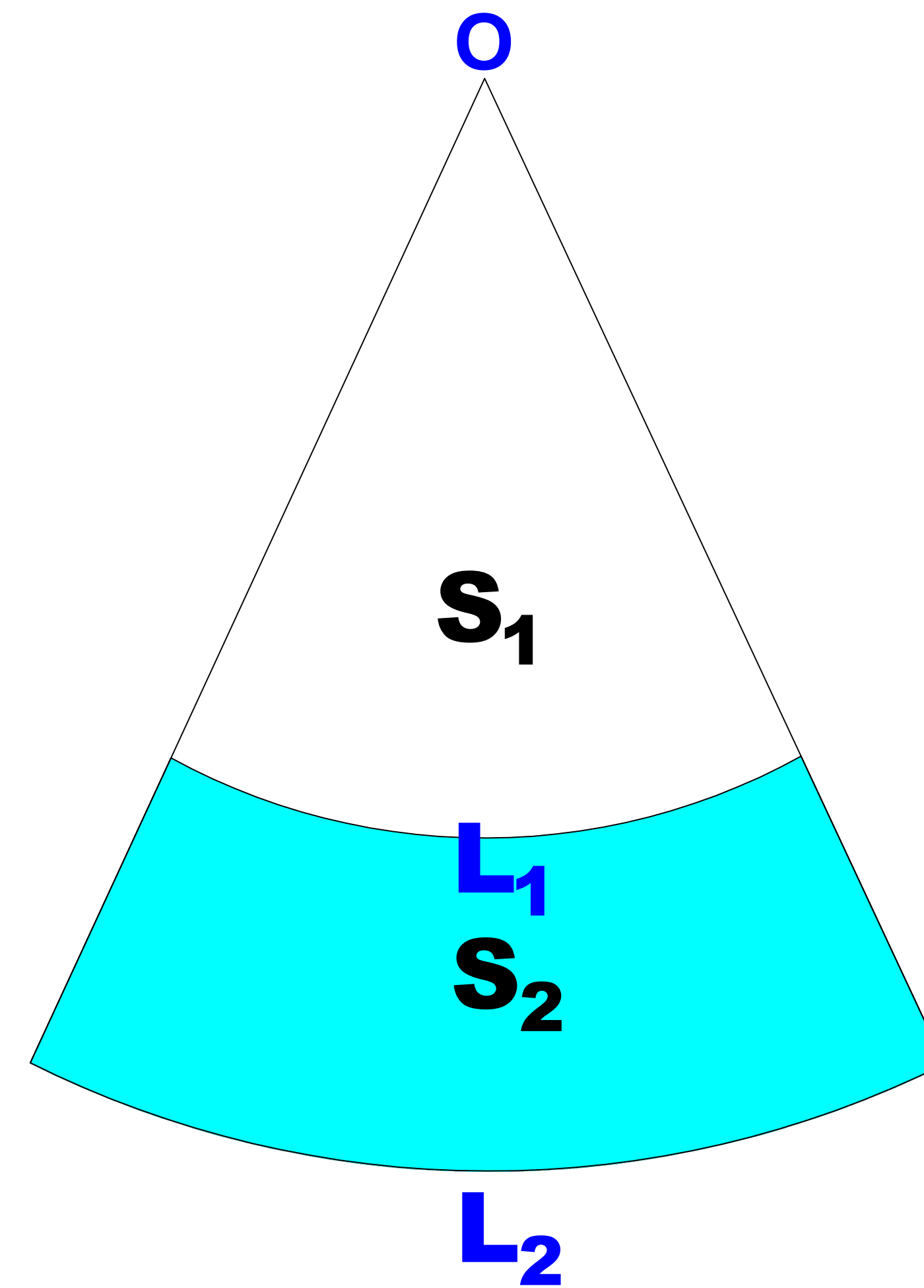


$$S = \frac{\theta h^2}{2}$$

PROPORCIONALIDAD DE ÁREAS EN SECTORES CIRCULARES CONCÉNTRICOS

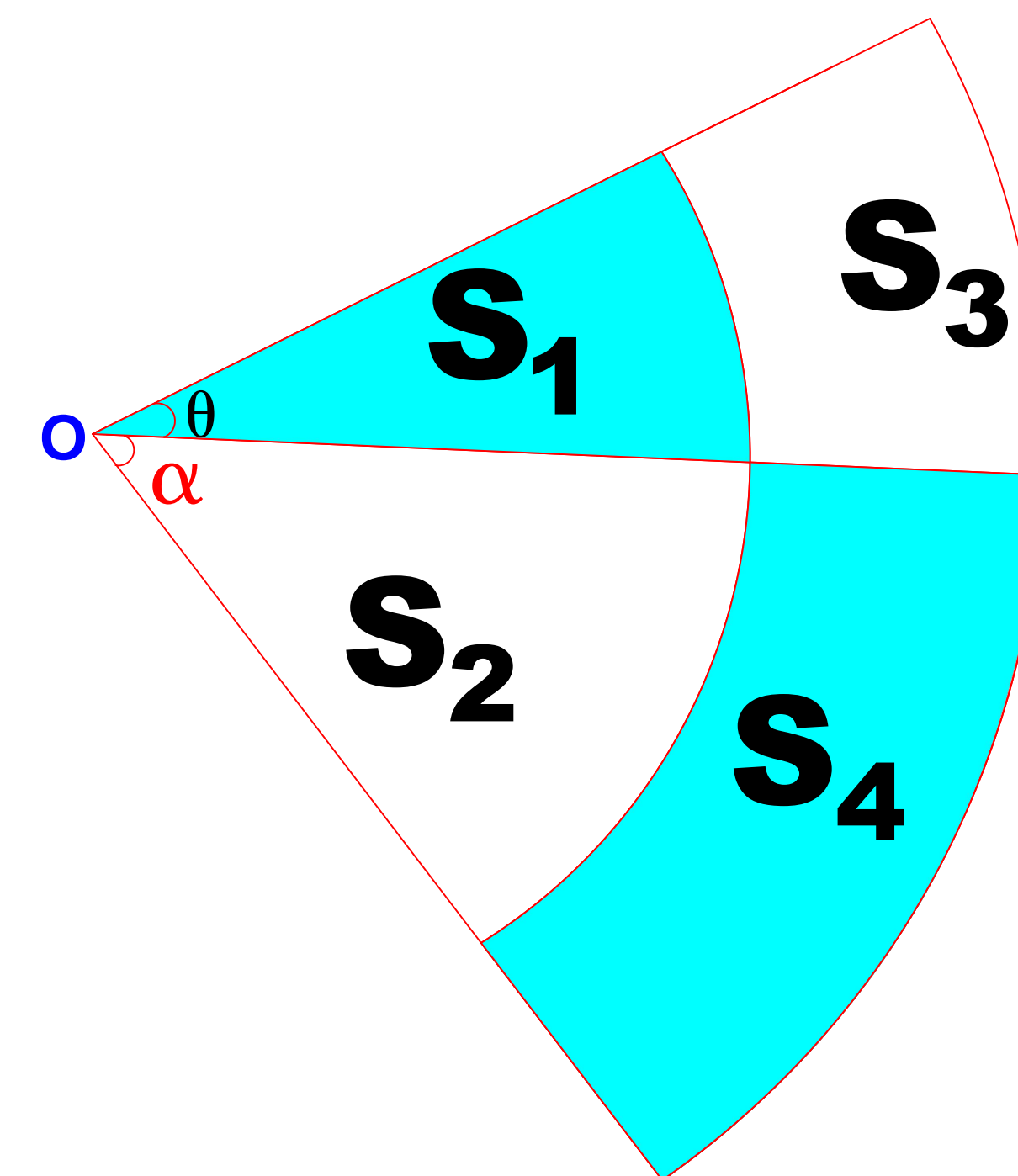
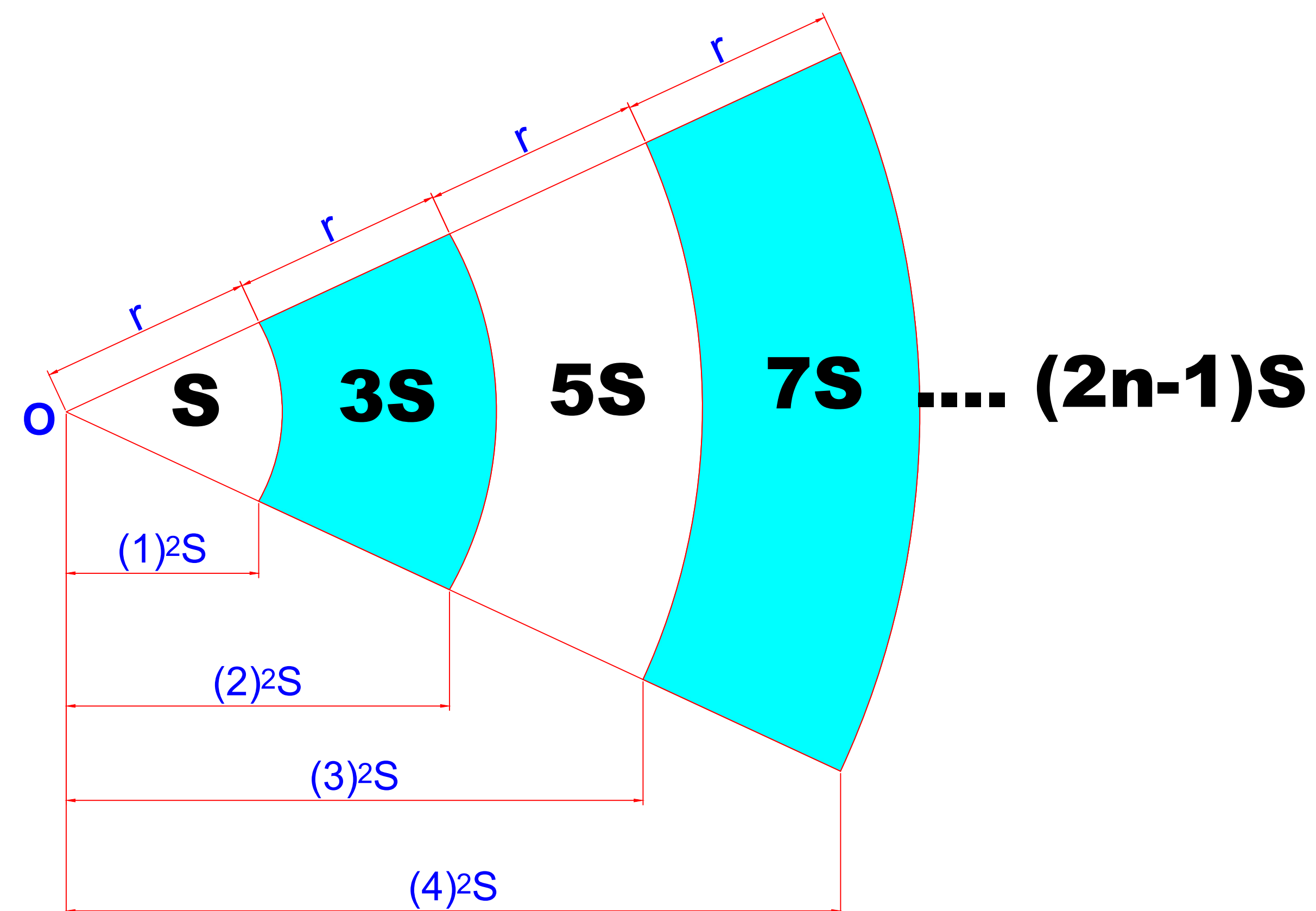


$$\frac{S_1 + S_2}{S_1} = \left(\frac{R}{r}\right)^2$$



$$\frac{S_1 + S_2}{S_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

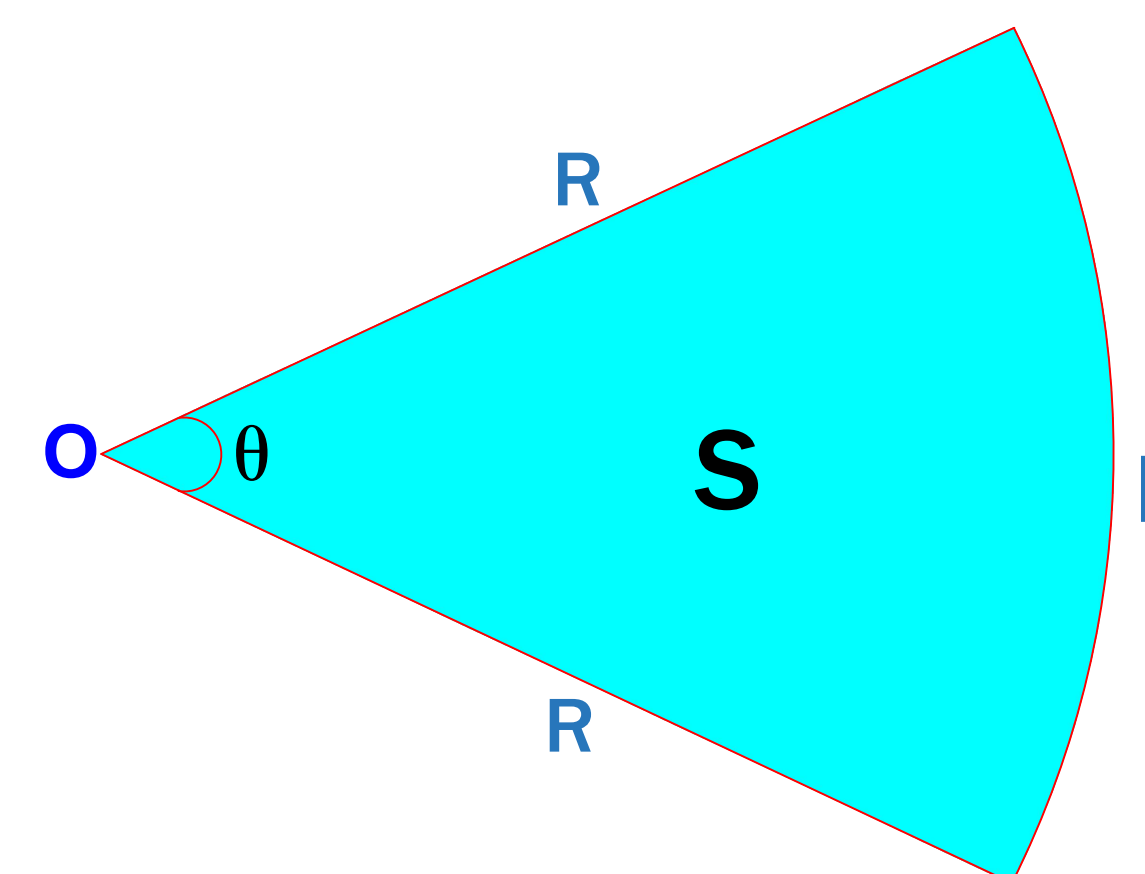
PROPORCIONALIDAD DE ÁREAS EN SECTORES CIRCULARES CONCÉNTRICOS



$$\frac{\theta}{\alpha} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{S_3}{S_4}$$

Observación

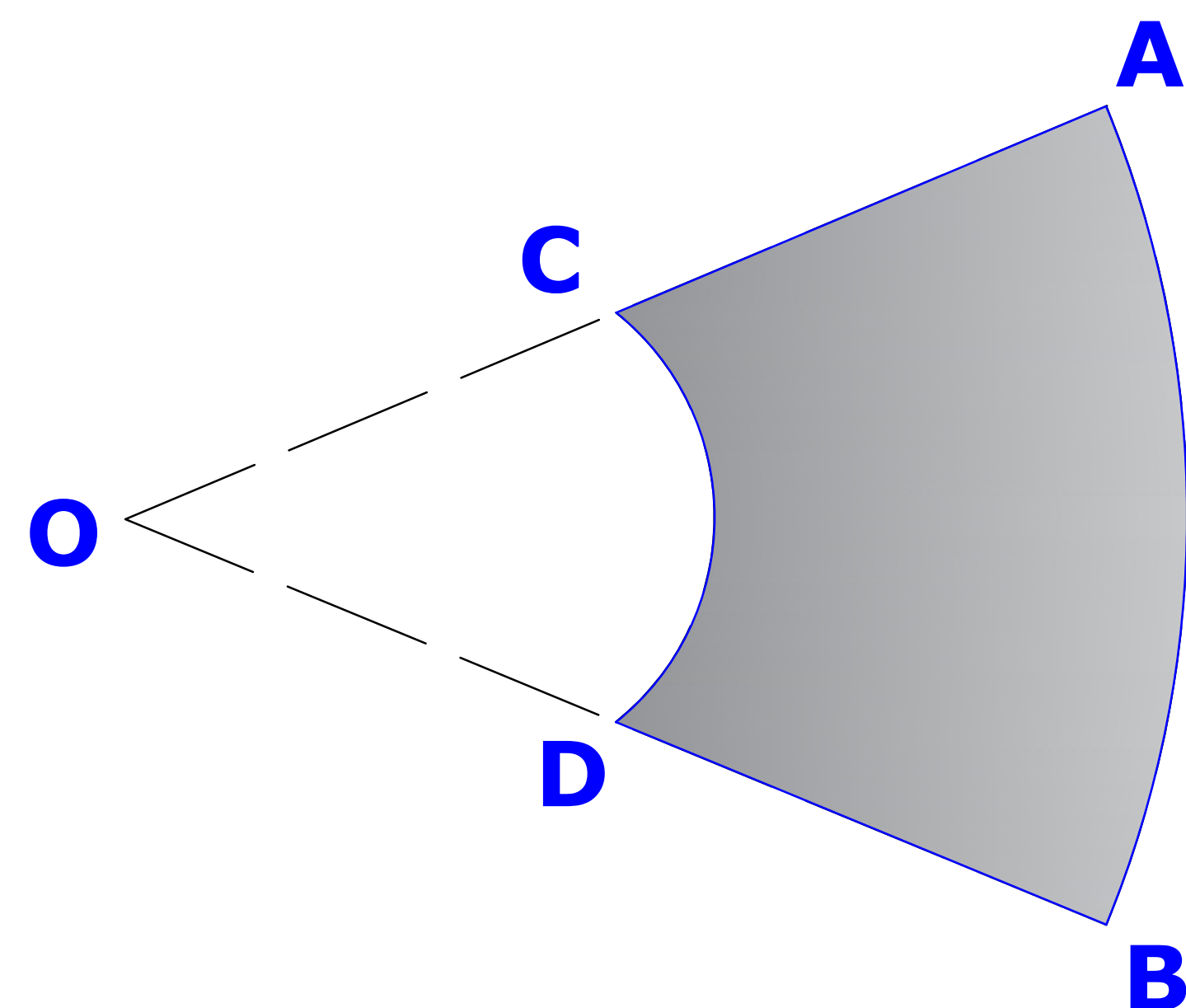
Si el perímetro de un sector circular es constante, su área se hace máxima cuando la longitud del arco de circunferencia es doble de la longitud de su radio.



Por ejemplo. Cuando la medida del ángulo central es de 2 radianes.

Si: $(2R+L)$ es constante
 → $(S)_{\text{Máximo}}$ cuando $L=2R$

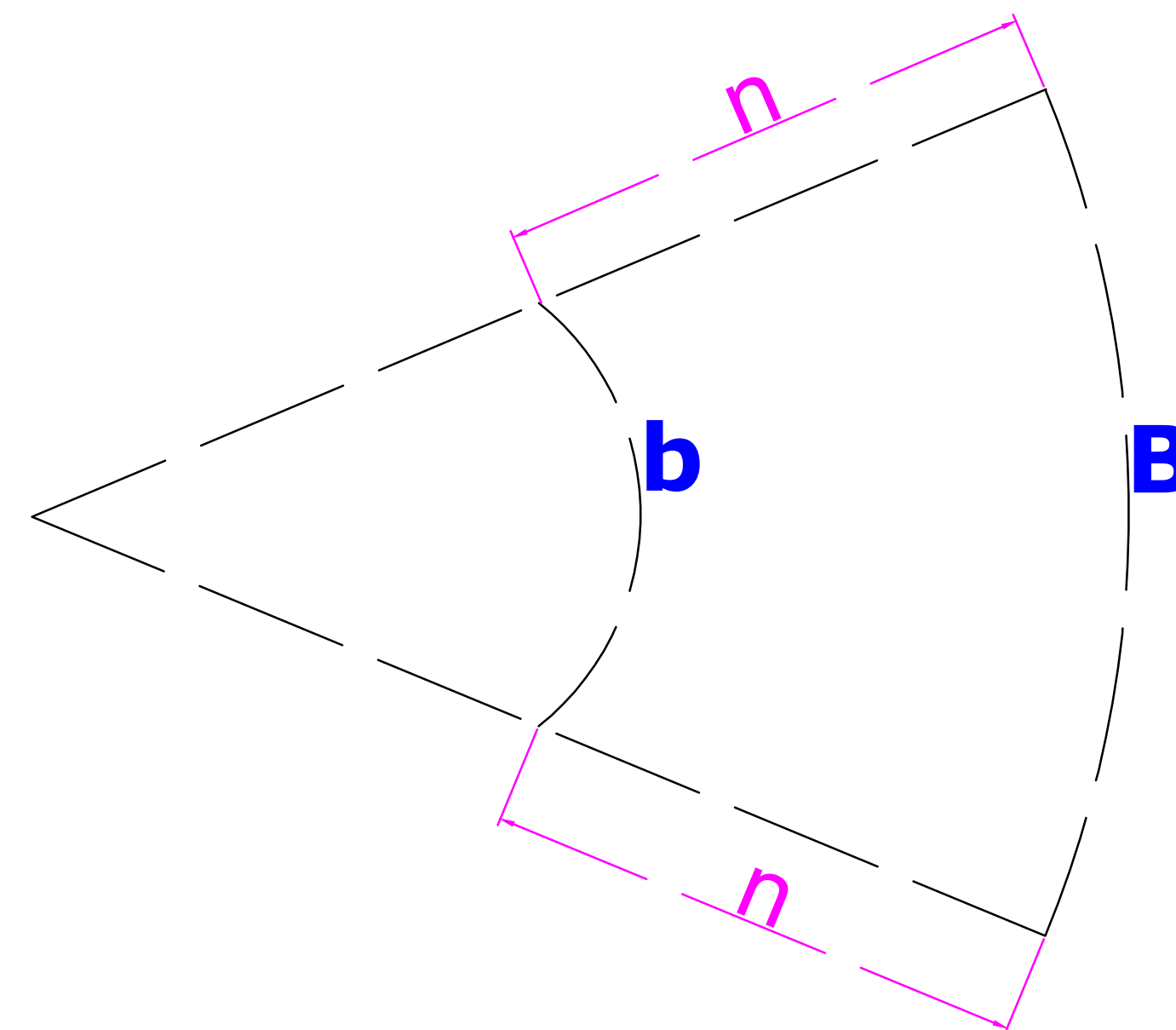
Halle el área máxima de la región sombreada siendo el perímetro de dicha región $2p$. AOB y COD son sectores circulares



Recordar:

$$f(x) = y = x^n \Rightarrow f'(x) = y' = nx^{n-1}$$

$$S_{\text{trapecio circular}} = \left(\frac{B+b}{2} \right) n$$



Dato: $2p = B+b+2n \Rightarrow B+b=2p - 2n \dots(1)$

$$S = \left(\frac{B+b}{2} \right) n \dots\dots\dots(2)$$

(1) en (2) $\Rightarrow S = \left(\frac{2p-2n}{2} \right) n = (p-n)n$

$$S_{\text{Máx}} = pn - n^2$$

$$0 = p - 2n$$

$$n = \frac{p}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\text{Máx}} = \frac{p}{2} p - \left(\frac{p}{2} \right)^2$$

$$S_{\text{Máx}} = P^2/4$$