

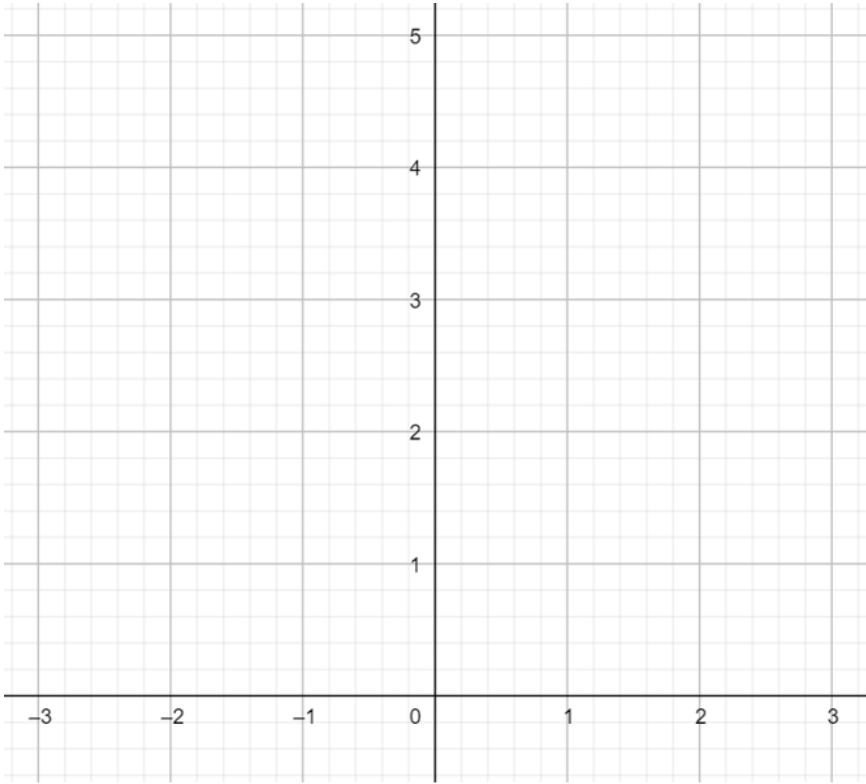
Feuille d'exercices - Fonctions carré et racine carrée

La fonction carré

Exercice 1

Soit f la fonction carré. Remplir le tableau de valeur suivant et construire la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$							



Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et proposer une correction lorsque cela est possible.

- La fonction carrée n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$.
- Dans un repère quelconque, la courbe représentative de la fonction carrée est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- Par la fonction carré, un nombre réel a une seule image.
- Le nombre 3 a une image par la fonction carré.

5. Le nombre 16 a un unique antécédent par la fonction carré.
6. Le nombre 9 a exactement deux antécédents par la fonction carré.
7. 25 a exactement deux antécédents par la fonction carré.
8. Le maximum de la fonction carré est 0.
9. Sur $[0; +\infty[$, le nombre 49 a un unique antécédent par la fonction carré.
10. La fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+$.
11. La fonction carré est strictement monotone sur $\mathbb{R}$.
12. Le maximum de la fonction carré sur $[3; 4]$ est 9.
13. Le maximum de la fonction carré sur $[3; 4[$ est 16.

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(E_1) \ x^2 = 4 \qquad (E_2) \ x^2 = -9 \qquad (E_3) \ x^2 = 12 \qquad (E_4) \ 9x^2 = 16 \qquad (E_5) \ (x - 5)^2 = 32$$

Exercice 4

Soit f la fonction carré, compléter les intervalles images. On pourra s'aider d'un tableau de variations.

1. Si $x \in [1; 4]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
2. Si $x \in [2; 5]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
3. Si $x \in [0; +\infty[$, alors $f(x) \in \dots; \dots$
4. Si $x \in [-7; -3]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
5. Si $x \in]3; 6]$, alors $f(x) \in \dots; \dots$
6. Si $x \in]-8; -2]$, alors $f(x) \in \dots; \dots$
7. Si $x \in [-3; 4]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
8. Si $x \in [-5; -3]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$.
9. Si $x \in \mathbb{R}$, alors $f(x) \in \dots$
10. Si $x \in]-6; 6]$, alors $f(x) \in \dots; \dots$

Exercice 5

À l'aide du tableau de variations ou de la représentation graphique de la fonction carré, résoudre les inéquations suivantes :

$$(I_1) \ x^2 < 16 \qquad (I_2) \ 3 \leq x^2 \qquad (I_3) \ 4 \leq x^2 < 9$$

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = 3x^2 - 5$$

1. Le but de cette équation est d'étudier les variations de f .
 - a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
 - b. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty ; 0]$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Quels sont les éventuels extrema de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Quels sont les éventuels extrema de la fonction f sur $[-5 ; 6]$.
4. Étudier la parité de f .
5. Déterminer les éventuels antécédents de -3 par la fonction f .

Exercice 7En autonomie

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = -10x^2 + 7$$

1. Le but de cette équation est d'étudier les variations de f .
 - a. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$.
 - b. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $] -\infty ; 0]$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Quels sont les éventuels extrema de la fonction f sur $[-8 ; 2]$?
3. Étudier la parité de f .
4. Déterminer les éventuels antécédents de -3 par la fonction f .

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = -3x^2 + 24x - 46$$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

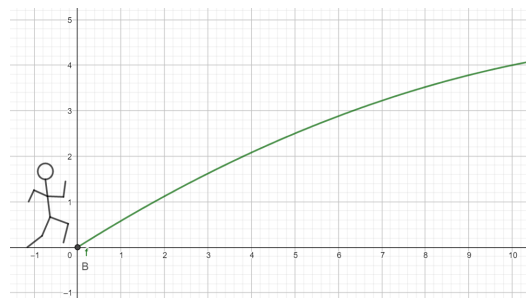
$$f(x) = -3(x - 4)^2 + 2$$
2. Le but de cette question est d'étudier les variations de f .
 - a. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[4 ; +\infty[$.
 - b. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $] -\infty ; 4]$.
 - c. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Quels sont les éventuels extrema de la fonction f sur $\mathbb{R}$?
4. Étudier la parité de f .

Exercice 9

Un gardien de but de football tape dans un ballon au point de coordonnées $(0; 0)$ dans un repère dont l'unité est le mètre. La trajectoire du ballon suit la courbe de la fonction dont une expression est :

$$f(x) = -0,02x^2 + 0,6x$$

Où x représente la distance au sol en mètre parcourue par le ballon, et $f(x)$ son altitude en mètre lorsqu'il est à une distance au sol de x mètres.



1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}_+$:

$$f(x) = -0,02(x - 15)^2 + 4,5$$

2. Le but de cette question est d'étudier les variations de f .

- Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0 ; 15]$. En déduire une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[15 ; +\infty[$.
- Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}_+$.

3. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon ? À quelle distance est-elle atteinte ?

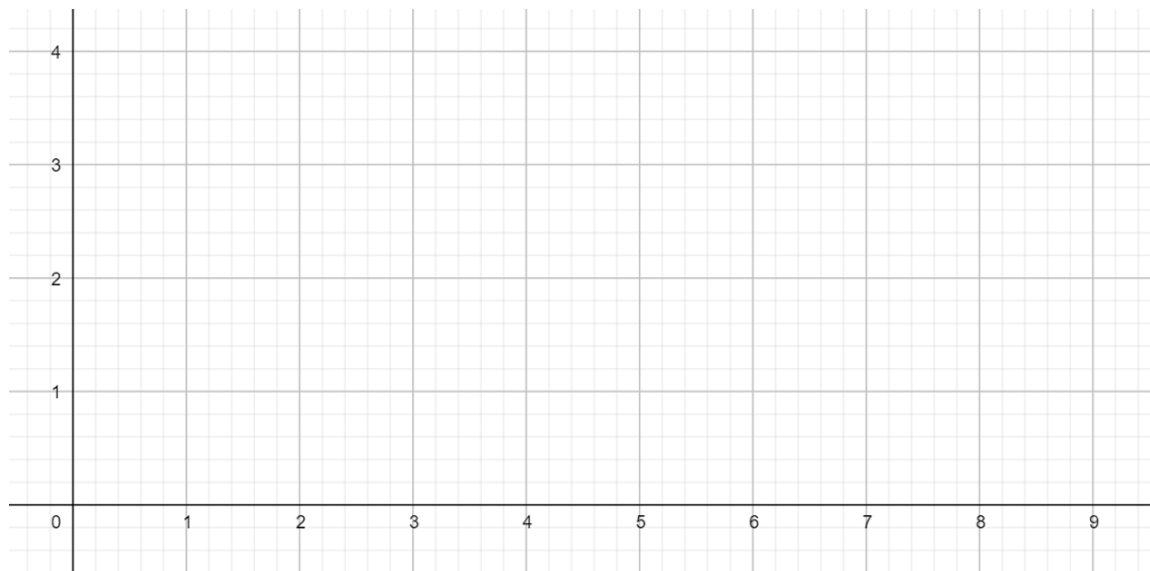
4. Cette modélisation vous semble-t-elle pertinente pour tout $x \in \mathbb{R}_+$? Déterminer la distance à laquelle le ballon touche le sol.

La fonction racine carrée

Exercice 10

Soit f la fonction racine carrée. Remplir le tableau de valeur suivant et construire la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous.

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$f(x)$					



Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}_+$, les équations suivantes :

1. $\sqrt{x} = 16$ 2. $\sqrt{x} = 3$ 3. $\sqrt{x} = -5$ 4. $\sqrt{x^2} = 3$ (facultatif)

Exercice 12

Soit f la fonction racine carrée, compléter les intervalles images. On pourra s'aider d'un tableau de variations.

1. Si $x \in [1; 4]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
2. Si $x \in [2; 5]$, alors $f(x) \in [\dots; \dots]$
3. Si $f(x) \in [2; 5]$, alors $x \in [\dots; \dots]$
4. Si $x \in [4; 49[$, alors $f(x) \in \dots; \dots$

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}_+, \quad f(x) = -2\sqrt{x} + 10$$

1. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$.
2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}_+$.