Chapitre 4 - Feuille d'exercices

Équations réduites de droites et fonctions affines - Fiche 2/2

Signe d'une fonction affine

Exercice 1

Dresser, en justifiant à l'aide d'équations et d'inéquations, le tableau de signes de chacune des fonctions affines dont les expressions, pour tout réel x, sont les suivantes :

$$f(x) = 5x + 15 \qquad g(x) = -2x - 19 \qquad h(x) = \frac{2}{3}x + 26$$

Exercice 2

Dans une région polaire, l'évolution de la température peut être modélisée par une fonction affine notée f.
Les températures relevées par les scientifiques indiquent qu'au 1er janvier 2000 la température était de -30°C, et qu'au 1er janvier 2020, elle était de $-18{,}5$°C.
On note $f(x)$ la température de cette région pour x années écoulées depuis le 1er janvier 2000.

1. Donner la valeur de $f(0)$, puis de $f(20)$.
2. Déterminer une expression de la fonction f en fonction de x, pour $x \in \mathbb{R}_+$.
3. a. Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}_+$.
   b. Au cours de quelle année la température deviendra-t-elle positive dans cette région ?

Exercice 3

Voici le tableau de signes d'une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	

1. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse, ou si on ne peut pas savoir, en justifiant votre réponse.
   a. $f(-4)$ est négatif.
   b. $f(-8) > 0$.
   c. Pour tout $x \in [2; 15]$, $f(x) \geqslant 0$.
   d. Pour tout $x \in]-20; -7]$, $f(x) < 0$.
   e. $f(8) = -4$.
   f. $f(0) = -5$.

g. $f(2) = 0$.
h. $f(x) < 0 \iff x \in]-5;+\infty[$.
i. $f(x) > 0 \iff x \in]-10;-5[$.
j. La droite qui représente f dans un repère a un coefficient directeur positif.
k. La droite qui représente f dans un repère a une ordonnée à l'origine positive.

2. Proposer trois expressions de f cohérentes avec ce tableau.

Exercice 4

Voici le tableau de signes d'une fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		21		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

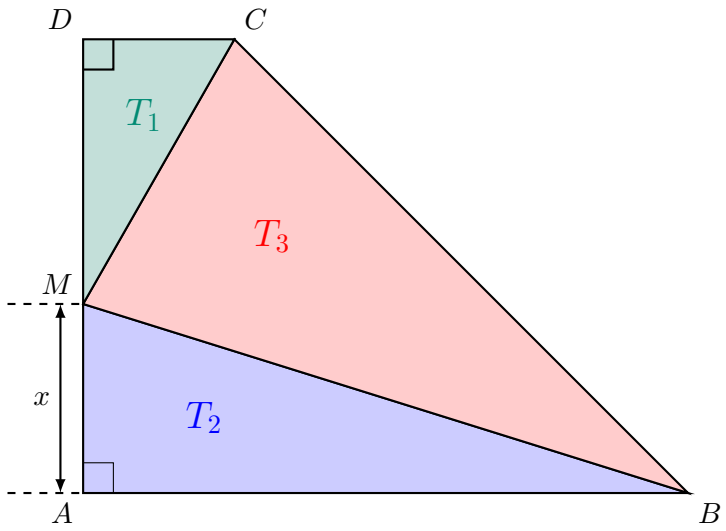
1. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse, ou si on ne peut pas savoir, en justifiant votre réponse.

a. $g(21) = 5$.
b. $g(32) > 0$.
c. Si $x \in]-\infty;5]$, alors $g(x) \leqslant 0$.
d. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$.
e. $g(x) \geqslant 0 \iff x \in]21;+\infty[$.
f. $g(x) \leqslant 0 \iff x \in]-\infty;21]$.
g. La droite qui représente g dans un repère a un coefficient directeur positif.
h. La droite qui représente g dans un repère a une ordonnée à l'origine positive.

2. Proposer deux expressions de g cohérentes avec ce tableau.

Exercice 5

$ABCD$ est un trapèze rectangle tel que $AB = 8$, $AD = 6$ et $DC = 2$.
M est un point du segment $[AD]$ et on pose $AM = x$.
On a découpé le trapèze en trois triangles T_1, T_2 et T_3 comme l'indique la figure.
On note f_1, f_2 et f_3 les fonctions qui associent à x les aires respectives de T_1, T_2 et T_3.



1. a. Donner une expression des fonctions f_1, f_2 et f_3 en fonction de x.
   b. Construire dans un même repère les courbes représentatives de f_1, f_2 et f_3.
2. Colorier sur l'axe des abscisses l'intervalle J décrit par x pour lequel :

$$\mathcal{A}_{T_1} < \mathcal{A}_{T_2} < \mathcal{A}_{T_3}$$

3. Par le calcul, préciser l'intervalle J.

Exercice 6

En France, l'unité usuelle de température est le degré Celsius, qui est noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, comme les États-Unis, l'unité usuelle est le degré Fahrenheit, qui est noté °F. Tous les Français en visite à Los Angeles ont éprouvé un certain malaise en écoutant la météo annoncer une température de 90° pour le lendemain. Il s'agit bien évidemment de degré Fahrenheit. Réduisons ce malaise en convertissant les degrés Celsius en degrés Fahrenheit à l'aide d'une fonction affine. Il faut deux informations pour déterminer cette fonction.
Les changements d'états de l'eau (qui servent de base à la définition du degré Celsius), permettent la conversion :

- Quand l'eau gèle (0°C), un Californien pense 32°F.
- Quand l'eau bout (100°C), un Californien pense 212°F.

1. Déduire de ces renseignements l'expression de f qui associe à une température x exprimée en degré Celsius, sa valeur $f(x)$ exprimée en degrés Fahrenheit.
2. a. Lorsqu'à Los Angeles, le thermomètre indique 90°F, quelle est la température en °C ?
   b. Un médecin américain s'inquiète-t-il quand le thermomètre d'un malade indique 100°F ?
   c. À quelle température en degrés Fahrenheit, un touriste qui souhaite avoir sa chambre d'hôtel à une température de 24°C, doit-il régler sa climatisation ?
3. Existe-t-il une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

Exercices non corrigés en classe, pour les plus rapides

Exercice 7

« Pour aller plus loin » de Jean Wacksmann - ex 3 p 245

Déterminer les fonctions affines f telles que :

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad f(f(x)) = 2x - 3$$