Fiche de cours sur les fonctions exponentielles et sur la fonction logarithme, Terminale ST2S.

I Fonctions exponentielles

Soit a un réel **strictement positif**, la fonction exponentielle de base a est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a^x$ (lire "a puissance x").

Ces fonctions généralisent celles que vous connaissez déjà aux exposants réels.

Propriétés :

1. $a^x > 0$ pour tout réel x.
2. Pour tous réels a et b strictement positifs et pour tous réels x et y :

$a^0 = 1 \qquad a^1 = a \qquad a^x \times a^y = a^{x+y} \qquad (a^x)^y = a^{x\times y}$

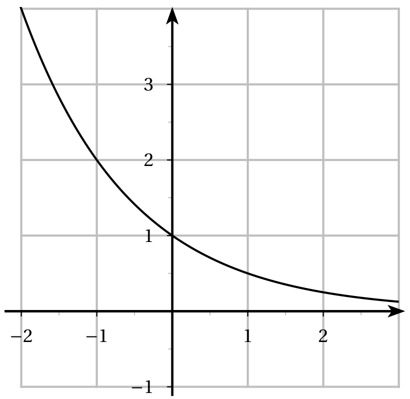
$a^{-x} = \dfrac{1}{a^x} \qquad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (ab)^x = a^x x \times b^x \qquad (ab)^x = a^x \times b^x$

Sens de variation des fonctions exponentielles

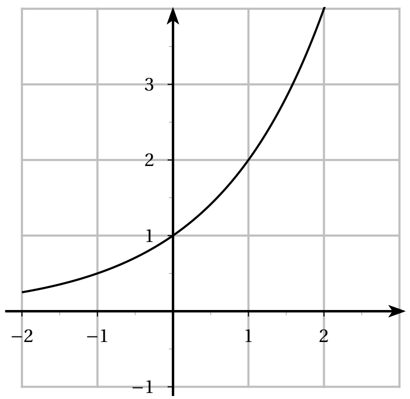
- Si $0 < a < 1$ alors cette fonction est décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a > 1$ alors cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}$.

Courbes représentatives

si $0 < a < 1$



si $a > 1$



Propriété : (Résolution d'équations)
Pour tous réels x et y, $a^x = a^y \iff x = y$.

NB : pour les inéquations du type $a^x < a^y$, il faut prendre en compte le sens de variation de la fonction a^x.

II Fonction logarithme

Vous avez vu en chimie que la concentration en ions H_3O^+ d'une solution est donnée, en fonction du pH de cette solution par la relation $[H_3O^+] = 10^{-pH}$.

Si l'on souhaite exprimer le pH d'une solution en fonction de sa concentration en ions H_3O^+, une nouvelle fonction est nécessaire. Celle-ci s'appelle la fonction logarithme décimal, notée log, la relation $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ équivaut alors à la relation $pH = -\log([H_3O^+])$.

Cette fonction est définie sur $]0;+\infty[$. Elle vérifie $\log(1) = 0$ et $\log(10) = 1$.

Propriété fondamentale :
Quels que soient les réels strictement positifs a et b, $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$.

Conséquences : Quels que soient les réels strictement positifs a et b, et quelque soit l'entier relatif n :

$\log(\frac{1}{a}) = -\log(a) \qquad \log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$

$\log(a^n) = n\log(a) \qquad \log(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\log(a)$

Sens de variation de la fonction log **:**
cette fonction est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

Courbe représentative

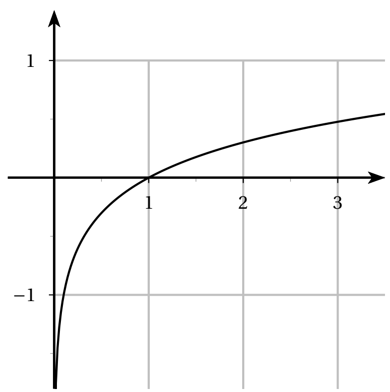


Tableau de signes

x	0		1		$+\infty$
$\log x$	||	-	0	+	

Propriété : étant donné le sens de variation de cette fonction, $\log(a) = \log(b) \iff a = b$ et $\log(a) < \log(b) \iff a < b$.

Propriété :

- Pour tout réel a strictement positif et pour tout réel x, $\log(a^x) = x\log(a)$.
- Pour tout réel x strictement positif, $y = \log(x) \iff x = 10^y$.