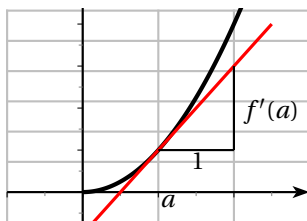


Dérivation et applications, Terminale ST2S.

Définition :

On considère une fonction f définie sur un intervalle I , $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative et a un réel de I .
Si $\mathcal{C}_f$ admet au point d'abscisse a une tangente non verticale, on dit que f est dérivable en a .
Le **coefficient directeur** de cette tangente est appelé **nombre dérivé de f en a** , on le note $f'(a)$.



Définition : Si f est dérivable en tout réel de I , on dit qu'elle est dérivable sur I .

La fonction qui à tout réel a de I associe $f'(a)$ est appelée **fonction dérivée** de f sur I , on la note f' .

Fonctions dérivées des fonctions usuelles :

Fonction f	Fonction f'	Ensemble de définition de f'
$x \mapsto k$	$x \mapsto 0$	$D_{f'} = \mathbb{R}$
$x \mapsto mx + p$	$x \mapsto m$	$D_{f'} = \mathbb{R}$
$x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) exemples : $x \mapsto x^2$ $x \mapsto x^3$	$x \mapsto nx^{n-1}$ $x \mapsto$ $x \mapsto$	$D_{f'} = \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$D_{f'} = \mathbb{R}^*$
$x \mapsto \frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$x \mapsto -\frac{n}{x^{n+1}}$	$D_{f'} = \mathbb{R}^*$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D_{f'} =]0; +\infty[$

Opérations sur les fonctions dérivables : soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I et k un nombre réel, alors :

La fonction ku est dérivable sur I et $(ku)' = ku'$.

La fonction $u + v$ est dérivable sur I et $(u + v)' = u' + v'$.

Exemples :

- Déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 5$.
 $f'(x) =$
- Déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 \times x^3$.
 $f'(x) =$

Que remarque-t-on ?

Quand on ajoute

Quand on multiplie

3. Déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 7x^2 + 5x - 8 + \frac{1}{x}$.
 $f'(x) =$

Applications :

1. **Variations :** soit f une fonction dérivable sur un intervalle I ,

- f est croissante sur I si et seulement si
- f est décroissante sur I si et seulement si
- f est constante sur I si et seulement si

Exemples :

a. Étudions la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 2$:

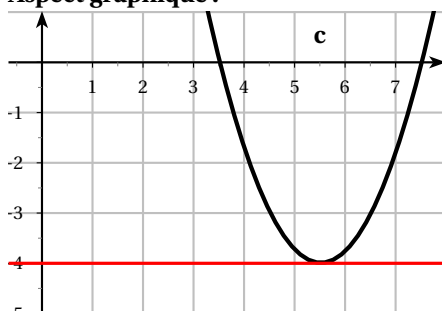
b. Étudions la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x + 1$:

- Calculer $f'(x)$ et factoriser l'expression obtenue.
- Étudier le signe de $f'(x)$ en fonction des valeurs de x et en déduire le tableau de variations de f .

2. **Extremums :** soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I , c un élément de I , alors :

- si f admet un extremum local en c , alors $f'(c) = 0$,
- si $f'(x)$ s'annule en c en changeant de signe, alors f admet un extremum local en c .

Aspect graphique :



La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse c est **horizontale**

Contre-exemple du second point : la fonction cube.

Étudier les variations de la fonction cube.

Que manque-t-il pour pouvoir appliquer ce qui précède ?